

Construction des petits gros et résistance des matériaux

G. Chapillon

A propos des petits gros

I - Le gros n'est plus un simple modèle réduit, c'est un avion réel de faibles dimensions et à ce titre, il doit être traité comme tel tant pour la conception, que la construction et le pilotage. Il faut que les adeptes de cette discipline comprennent ou admettent que faire des tonneaux avec une maquette de jodel relève du ridicule.

Le premier problème est donc le choix de la cellule reproduite qui doit être choisie en fonction de l'utilisation que l'on compte en faire. Ceci pour des raisons évidentes de choix dans la structure et les composants de cette dernière.

Le second problème est donc la conception. Pour cette dernière il faut sortir des habitudes, j'allais dire des manies ou de la routine acquise avec les années. Ceci, même beaucoup de fabricant de kit ne l'on pas perçues y compris les Américains. Si vous vous lancez dans un appareil le premier travail sera de toute façon la recherche de documentation. Avant de trouver la teinte exacte du manche à balai, il est nécessaire de chercher un doc technique vous donnant une idée très précise de la structure de l'appareil grandeur, les sources ne manquent pas, voyer le musée de l'air, le RSA, les revues, et aussi les constructeurs. Les derniers sont souvent bien plus coopératif que l'on veut bien le laisser entendre.

De là, vous aurez une idée toute trouvée sur la forme à donner aux pièces constituant votre appareil. Et dite vous bien que si un avionneur a construit l'aile de tel façon, ce n'est pas par routine ou par inspiration spontanée, mais le résultat d'une étude approfondie des sollicita-

tions qu'elle doit subir. Si possible employer les mêmes matériaux et ne remplacer pas un treillis par une plaque de CTP, ceci ne sert qu'à augmenter le poids dans des proportions énormes. A ce jeu, vous découvrirez beaucoup de choses et le jour où la doc technique manquera vous aurez des réponses plus en rapport avec la réalité. Attention cependant au section que vous donnez aux pièces, celle-ci sauf exception sur une maquette de championnat du monde ne doivent pas être forcément à l'échelle. Il est impératif de vérifier certaine section de bois en tenant compte des efforts due au pilotage à vue que nous pratiquons. En effet, si nous réduisons les sections à l'échelle 1/3 par exemple une baguette de 18 x 18 devient une 6 x 6.

Nous avons donc un rapport de section égal à $\frac{18 \times 18}{6 \times 6} = 9$, compte tenu du poids de notre appareil en vol, que vaut cette maquette ? qui bien sûr doit être du même bois que celle de l'avion grandeur. Elle est certainement beaucoup trop grosse. Il y a donc lieu de rechercher une section plus faible. Là intervient le calcul. Ne dite pas que ceci est trop complexe ou alors vous n'avez pas envie de faire des gros modèles. De plus, cette partie du travail vous permettra de notables économies de matière et l'utilisation de bois nettement moins onéreux que le balsa. Ceci est d'ailleurs valable pour tout avion de 1,5 mètres d'envergure et plus. A titre d'exemple, j'ai dans le passé construit un "Baron" entièrement en bois dur soit spruce et sapin avec du plaquage de samba pour l'avant du fuseau. Ce dernier équipé quatre voies n'est pas plus lourd que ces homologues en balsa avec trois servos seulement. Le coup de l'opération se monte

à 30 F de tasseaux que l'on achète chez un détaillant ou une grande surface quelconque.

II - Les moteurs

Le quadra n'est pas un mauvais moteur ce sont les modélistes qui l'utilisent très mal, du moins pour certains d'entre eux. Par contre quand certains écrivent que seule la traction statique d'un moteur est l'élément à considérer, ceci est archi faux.

En effet, notre problème n'est pas de savoir que tel moteur peut tirer au sol une masse de X Kg, mais de savoir si oui ou non, il nous permettra de décoller et de voler dans de bonnes conditions. Pour ce faire, il est indispensable de connaître un certain nombre de paramètres concernant la cellule, le moteur et l'hélice.

Les paramètres sont :

- le profil d'aile et ses courbes caractéristiques,
- la masse de l'avion au décollage,
- la vitesse de vol minimum,
- la vitesse de vol maximum en palier,
- la puissance du moteur et pas son couple,
- la plage de régime du moteur.

En possession de ces éléments, nous pouvons reprendre le chapitre des dossiers de la résistance de nos modèles, ou une incursion dans ce domaine avait été faite. Ceci nous permettra de calculer simplement trois puissances qui sont nécessaires au vol à savoir :

- la puissance nécessaire à la sustentation,
- la puissance nécessaire à la translation,

- la puissance nécessaire à la montée. Les trois cas de figure étant simultanés leur somme nous dira quelle puissance doit *restituer* l'hélice pour tenir le programme.

Partant de ce chiffre, il est impératif de disposer des données sûres concernant les moteurs afin de bien choisir celui-ci. Puis à l'aide des abaques qui figureront dans un prochain article, voir les hélices que peuvent entraîner ces moteurs et avec quel rendement. Ceci fait, il ne restera plus qu'à faire une multiplication de la puissance moteur par le rendement pour savoir la puissance que l'hélice nous restituera. Il est ensuite comme vous vous en doutez nécessaire de comparer ce chiffre à la somme des puissances calculées précédemment =

Puissance x rendement < puissances calculées = moteur trop faible.

Puissance x rendement > puissances calculées = moteur bon mais trop puissant.

Puissance x rendement = puissances calculées = moteur parfait.

Comme vous le remarquez la notion de couple moteur n'est jamais intervenue dans notre raisonnement. Pourquoi ? Et bien parce que sauf incorporation d'un réducteur entre le moteur et l'hélice, nous ne pouvons pas intervenir sur ce paramètre. Un moteur est un tout et quel que soit les artifices que l'on y greffe, sa puissance est une donnée invariable pour un même régime bien sûr. De plus ces artifices du type réducteur loin d'augmenter cette puissance en consomment. Nous parlions plus haut de rendement d'hélice, il en est de même pour tout ce que nous ferons entraîner par le vilebrequin de notre usine à chevaux. De plus, ne pas oublier que si vous avez par exemple les valeurs suivantes =

Rendement hélice = 0,62

Rendement réducteur = 0,85.

Le rendement de l'ensemble sera égal à $0,62 \times 0,85 = 0,53$. Ce qui veut dire, que si votre avion nécessite pour répondre au programme que vous vous êtes fixé une puissance réelle de 2 CV il vous faudra obligatoirement un moteur développant.

$2 : 0,53 = 3,8$ CV et ce au régime de rotation que vous avez considéré pour l'hélice.

On est donc très loin de la notion de couple moteur comme paramètre essentiel.

En fait, ce qui est intéressant de regarder ce sont les courbes de puissance et de couple. Celle-ci mettent en évidence la valeur de chaque paramètre et le régime auquel cette valeur est atteinte. On peut donc voir par cette observation si tel moteur donne plus de puissance que tel autres et à quel régime. En fait plus le régime de puissance maxi auquel doit être utilisé le moteur est faible, plus ce moteur est intéressant, car il nous permettra d'entraîner une hélice plus grande, donc ayant un meilleur rendement de par sa taille et sa vitesse plus faible.

Au sujet des courbes de puissance et autres données concernant les moteurs, je trouve qu'il est absolument anormal que les importateurs mettent sur le mar-

ché des engins dont le prix parfois et même souvent est très élevé, et que ces gens ne soient pas capable de nous fournir les quelques renseignements techniques nécessaires à leur bonne utilisation. Il nous appartient donc d'être exigeant si nous voulons que notre activité évolue.

Autre sujet de discorde avec certain, le montage des moteurs sur la cellule. Il ne faut pas dire que les tampons élastiques amplifient les vibrations. Si vous ne me croyez pas, enlevez donc ceux qui relient le moteur de votre voiture à la coque ou au châssis et vous m'en direz des nouvelles. En fait, là aussi, les montages que l'on voit sur les plans ou les terrains relèvent de l'empirisme ou d'une méconnaissance totale du sujet. Il est absolument certain que toute suspension élastique n'éliminera jamais la totalité des vibrations pour tous les régimes de fonctionnements d'un moteur donné. De même, les tampons élastiques qui conviennent à tel moteur seront absolument inadaptés pour tel autre. Il faut bien se dire que chaque cas est un cas d'espèce et qu'à ce titre il doit être traité comme tel. Je faisais allusion quelques lignes plus haut à l'automobile. Dites-vous bien que pour chaque véhicule ceci est calculé, puis essayé. Dans notre cas nous devons faire de même d'où l'utilité de connaître des paramètres moteurs qui la encore nous font cruellement défaut. De plus, ces calculs ne sont pas complexes alors plutôt que de chercher pendant des heures la butée de porte qui peut être conviendra, ou de fabriquer des monta-

ges complexes cherchons un moment à résoudre correctement ce problème. Il faut bien ce dire que tous problèmes qui surgissent dans le sillage d'un gros modèle ont été déjà vécus d'autre et à un autre niveau. N'ayez donc pas de honte à voir ce que nos prédecesseurs ont fait pour résoudre le problème et copions-les, ce n'est pas une honte, je me suis laissé dire que les Japonais l'ont fait et le font encore.

Chapitre 1

LES UNITÉS

1-1 Généralités

Dans toutes choses, il nous faut choisir des règles. Dans les sujets que nous aborderons au long de cette étude, nous serons pour des raisons de continuité de raccordement entre les différentes parties et aussi de compréhension amenés à suivre des règles constantes. La première des règles à adopter dans notre cas, concerne les unités de référence dans lesquelles nous exprimerons les différentes valeurs, dont nous aurons besoins ou que nous aurons calculées. — C'est le choix des unités.

Je vous propose le choix suivant qui n'est rien d'exotique et que vous pourrez retrouver dans n'importe quel ouvrage de mécanique.

1-2 Grandeurs mécaniques

Vitesse linéaire ou horizontale air	V	m/s
Vitesse verticale ou ascensionnelle	Vz	m/s
accélération	g	m/s/s
masse	m	Kg masse
puissance	W	watt
rendement		ratio
force	F	Kg force
moment d'une force ou d'un couple	Mt	m Kg
moment d'inertie	I	cm ⁴ ou mm ⁴
rayon de giration	i	cm ou mm
module d'inertie	I/v	cm ³ ou mm ³
Coefficient d'élasticité longitudinale	E	Kg/cm ² /mm ²
coefficient d'élasticité transversale	G	Kg/cm ² /cm ²
contrainte de ruptures	R	Kg/mm ²
Limite d'élasticité	Re	Kg/mm ²
contraintes (sigma)	σ	Kg/mm ²

Nota : Les contraintes se notent e, c, f, etc. suivant ce qu'elles représentent.

Exemple : e contrainte à la limite délasticité = σ_e

f contrainte de flexion = σ_f

c contrainte de compression = σ_c

1-3 Unité de longueur et de surface

Longueur (suivant valeur)	L	m, dm, cm
Surface ou flexion (suivant valeur)	A	m ² , dm ² , cm ² mm ²

Chapitre 2

FORCES RÉSULTANTE D'UN SYSTÈME DE FORCE

2-1 Généralités

2-11 Force :

On appelle force une action appliquée à un corps et qui est capable de le déplacer, le déformer, le casser ou les trois à la fois.

2-12 Système de force

Par ce terme, on désigne non plus une force s'appliquant à un corps mais un ensemble de deux forces ou plus - les forces peuvent être de différentes natures, de différentes intensités et aussi de différentes directions.

Exemple : sur un avion en vol horizontal nous avons :

- la portance qui s'exerce du bas vers le haut,
- la traînée qui s'exerce d'avant en arrière,
- la traction du moteur qui s'exerce d'arrière en avant.

La composition de ces forces détermine un équilibre stable qui permet à nos modèles de voler.

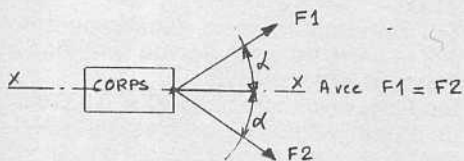
Le problème est donc de savoir résoudre dans le sens de simplifier le système qui au départ est complexe. Pour ce faire, plusieurs solutions sont possibles :

- le tracé graphique, simple et pratique,
- le calcul, il est simple mais plus exigeant intellectuellement.

Ces deux méthodes au choix nous permettront de ramener un système complexe de forces à un système simple et de savoir qu'elle sera la valeur de sa résultante, son sens d'action, et son intensité.

2-2 Résultante d'un système de force

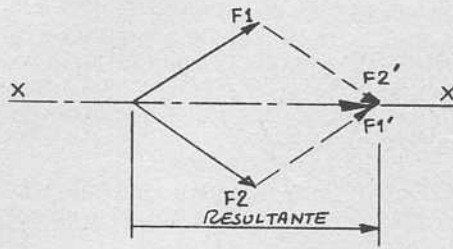
2-21 Forces concourantes



Dans ce cas, nous avons un corps exemple une voiture (en panne) sur laquelle on applique deux forces F_1 et F_2 de même intensité et de direction symétrique par rapport à l'axe XX . Dans ce cas la voiture avancera droit et ce suivant l'axe XX . Quelle est la valeur de la force résultante R ?

2-22 Détermination graphique

Avec $F_1' = F_1$
 $F_2' = F_2$



On trace F_2' qui est parallèle à F_2 depuis l'extrémité de F_1 .

On trace F_1' qui est parallèle à F_1 depuis l'extrémité de F_2 .

La diagonale du losange obtenue nous donne la résultante en intensité et direction.

2-23 Détermination par le calcul

C'est un problème de trigonométrie. On détermine la valeur de F_1 sur l'axe XX , (la projection de F_1) et comme on a deux forces, on multiplie par deux. La valeur est donc :

$$(F_1 / \cos \alpha) \cdot 2 = R$$

2-3 Systèmes complexes

Ils n'ont de complexes que le nom, alors pas de panique. Plusieurs cas peuvent se présenter. Les deux principaux sont les suivants :

2-21 Le système admet une résultante.

2-32 Le système n'admet pas de résultante.

Dans les deux cas, la méthode la plus simple est le tracé graphique. On trace la force F_1 en grandeur et direction, puis à l'extrémité de F_1 on trouve la force F_2 elle aussi en grandeur et direction, puis à l'extrémité de F_2 on trace F_3 , etc, jusqu'à épuisement.

Ceci nous donne les tracés suivants :

Fig. 2 Le système à une résultante.

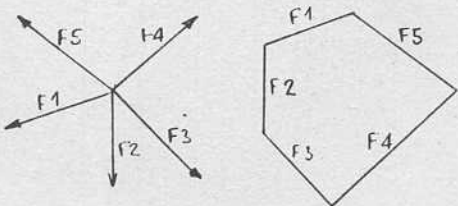
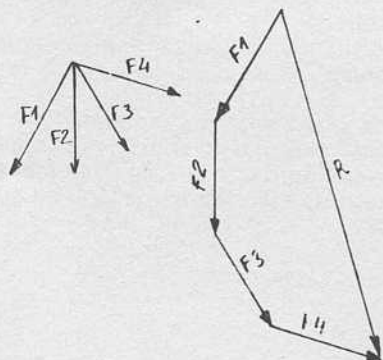


Fig. 3 Le système n'a pas de résultante, il est fermé.

2-4 Forces parallèles

La méthode de réduction est identique à celle exposée en 2-3. De plus elle peut paraître plus évidente.

Fig. 2 Le système admet une résultante.

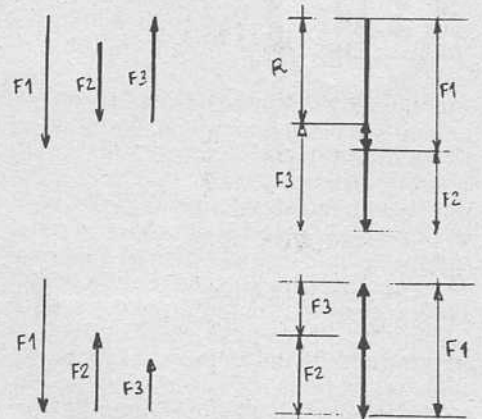


Fig. 3 Le système n'admet pas de résultante.

Nous venons d'analyser ce que l'on nomme le dynamique des forces. Ceci n'est pas complexe comme vous pouvez le constater. Assimiler ces notions permet de rendre simple des problèmes apparemment sans solution et surtout d'avancer beaucoup plus loin.

Chapitre 3

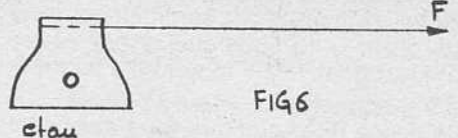
ETUDE DE LA TRACTION

3-1 Généralité

L'usage de la traction est simple, penser au câble qui relie le planeur à son avion remorqueur. Ceci est bien sur une image très simple mais réelle. Cette sollicitation très simple n'est pas toujours très facile à localiser d'instinct. Ceci fera l'objet de prochains chapitres. Pour l'immédiat contentons nous de comprendre le phénomène traction.

3-2 Etude du phénomène

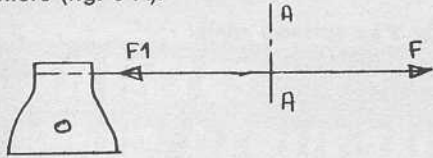
Si l'on fixe une corde à piano dans un étau et que l'on applique un effort à son autre extrémité libre (voir figure 6), toutes les fibres de métal parallèles à



Toutes les fibres de métal parallèles à l'axe de notre corde à piano vont subir une partie de l'effort F . De plus nous aurons un allongement général de la corde à piano.

Si l'on coupe la corde à piano perpendiculairement à son axe, il nous faudra

pour empêcher tout déplacement du tronçon libre opposer une force F_1 égale à F mais de sens contraire à cette dernière (fig. 6 A).



Voir chapitre 2 figure 5 résultante nulle. La matière étant homogène, l'effort F ou F_1 se répartit dans chaque fibre constituant notre barre d'essai. Ceci veut donc dire que chaque fibre travaille également et donc que l'effort F est répartie dans autant de fibre que le matériau est constitué par unité de surface. Si l'on considère une surface de référence, on peut oublier les fibres pour cette surface et exprimer toute les valeurs par rapport à elle. Ce qui nous intéresse, c'est la contrainte, celle-ci s'exprime nous l'avons vue au chapitre 1 en kg/mm^2 . L'expression de la contrainte t étant

égale à $\frac{N}{A}$ ou

N est l'effort de traction soit F_1 .
 A est la section de la pièce en mm^2 .
 A ce stade, deux notions nouvelles apparaissent. Ce sont :
 - la notion de contrainte maximum,
 - la notion de limite élastique
 Examinons ces deux notions.

3-3 Notion de contrainte maximum.

Reprenons la figure 6, et augmentons progressivement la valeur de la force " F ". Que va-t-il se passer :

1^{er} temps : la barre va s'allonger.
 2^e temps : En plus de l'allongement elle se déforme par réduction de la section.
 3^e temps : Elle casse là où la section est devenue la plus faible.

Vous comprenez aisément que pour des raisons de sécurité il ne faut pas atteindre le deuxième stade donc la déformation.

Ceci définit ce que l'on nomme le travail en phase élastique. En effet devant cette phase, si l'on recherche l'effort la déformation qu'est l'allongement va s'annuler totalement.

3-4 Notion de limite élastique

Toujours avec le même exemple, augmentons la valeur de l'effort " F " pour atteindre le point où la déformation va provoquer une réduction de section. A ce stade, relâchons l'effort " F " et observons notre barre. Elle ne reprendra pas sa section d'origine pas plus que sa longueur d'ailleurs. Nous sommes donc sortis de la zone élastique et par conséquent très près de la zone de rupture.

3-5 Comment situer la contrainte

Je pense que vous que vous avez compris, la sécurité et le sérieux d'une construction quelle qu'elle soit implique que ses composants élémentaires aient un taux de travail au plus égal à la valeur de la limite élastique des matériaux. Bien sûr, cette contrainte tiendra compte des différents coefficients de sécurité à prendre en compte.

3-6 Détermination de la contrainte.

soit $F = 100 \text{ kg}$
 soit $A = 10 \text{ mm}^2$
 soit limité élastique $a = 24 \text{ kg/mm}^2$
 soit coefficient de sécurité $= 1,5$.
 La contrainte sera égale à $= (100 \times 1,5) / 10 = 15 \text{ kg/mm}^2$. 15 kg/mm^2 est plus petit que 24 kg/mm^2 ($15 < 24$) nous aurons donc un coefficient de sécurité supplémentaire de

$$24/15 = 1,6$$

Si nous voulons réduire au maximum la section de la barre nous ferons le calcul suivant :

$$(100 \times 1,5)/24 = 6,25 \text{ mm}^2$$

De là, nous chercherons la section équivalente ou immédiatement supérieure. Si l'on prend l'exemple de la corde à piano, nous aurons le diamètre ci-après $\sqrt{6,25/3,14} \times 2 = 2,82 \text{ mm} \approx 3 \text{ mm}$.

3-7 Expression de l'allongement

Les paramètres variables dans une pièce tendue peuvent être de 3 sortes :

3-71 : la charge

3-72 : la longueur de la pièce

3-73 : la section de la barre.

Si l'on fait varier un à un ces paramètres, il est possible d'étudier les allongements correspondants.

3-71-1 : La charge seule varie.

Le résultat est évident, si l'allongement est de 1 pour une charge de 1, il sera de deux pour une charge de 2.

Donc, l'allongement est directement proportionnel à la charge qui sollicite la pièce tendue.

3-72-1 : La longueur de la pièce varie.

Le motif est différent, mais la punition est la même. Si l'allongement est de 1 pour une longueur 1 et une force de 1, il sera de 2 pour une longueur de 2 avec une force de 1.

Donc, l'allongement est directement proportionnel à la longueur de la pièce tendue.

3-73-1 : La section seule varie.

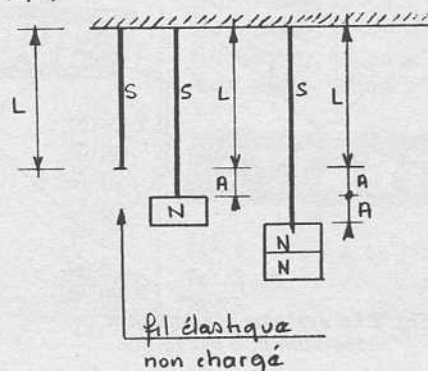
Idem les deux cas précédents, doubler la section revient à force et longueur égales à réduire de moitié l'allongement et inversement si l'on réduit la section de moitié.

Donc l'allongement est directement proportionnel à la section de la pièce tendue.

Si mes dires vous surprennent, ou si vous en doutez, je vous propose l'expérience suivante très simple à réaliser et qui met très bien le phénomène en évidence.

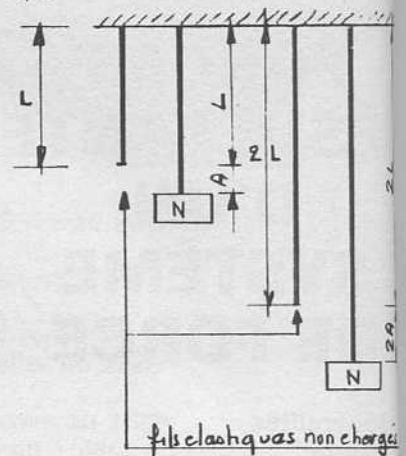
La charge seule varie

FIG 7



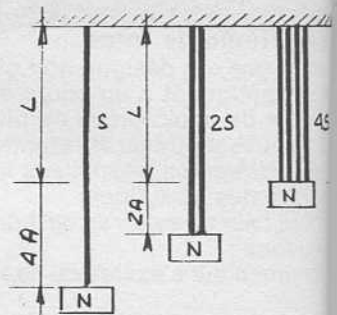
La longueur seule varie

FIG 8



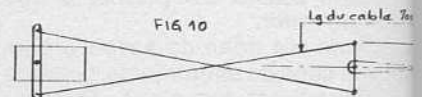
La section seule varie

FIG 9



3-8 Exemple pratique

Calcul de câbles de commande de vannes.



Prenons les hypothèses suivantes
 Effort dans le câble tendu : 2 kg.
 Câble $\varnothing 0,5 \text{ mm}$ en acier.
 Limite élastique : 24 kg/mm^2
 $E : 21\,000 \text{ kg/mm}^2$ (valeur constante p l'acier).

$$\text{Section du câble} = \frac{3,14 \times (0,5)^2}{4} \times \pi \times \frac{R^2}{4} = 0,20 \text{ mm}^2$$

Contrainte de traction : $2/0,2 = 10 \text{ kg/mm}^2 < 24$.

Valeur de l'allongement

$$\frac{1}{21\,000} \times \frac{2 \times 700}{0,2} = 0,33 \text{ mm}$$

Si l'on compte sur un débattement 12° la perte de braquage du volet du l'allongement sera de :

tangente de l'angle : $0,33/10 = 0,033$
 un angle de $1,89^\circ$ ce qui n'est pas négligeable. Partant de ces calculs on sait faut ou non augmenter la section câble et surtout où l'on va.

Le mois prochain chapitre 4, pièces cisailées.

Construction des petits gros et résistance des matériaux

G. Chapillon

Chapitre 4

PIÈCES CISAILLÉES

4-1 Généralités

Il s'agit encore d'une notion simple comme d'ailleurs toutes les notions de résistance des matériaux. Le point délicat étant de les marier ensemble. Quoique ceci ne soit pas si complexe si l'analyse préalable est bien faite.

Grossièrement, et à la virgule près on peut écrire que la démarche est la même que pour la traction. Corollairement, les calculs ne sont pas plus complexes. Ou rencontre-t-on le cisaillement ? chaque fois qu'une pièce est sollicitée perpendiculairement à son axe principal. Ceci va donc toucher dans un modèle les éléments suivants :

- longeron d'aile
- attache d'aile
- fixation moteur
- liaison aile fuselage, etc.

4-2 Étude du phénomène

Comme pour la traction, il faut admettre au départ que les efforts qui sollicitent les pièces se répartissent sur l'ensemble de la ou les sections concernées.

La similitude avec la traction se poursuit avec la méthode de calcul des contraintes ou nous aurons aussi F/A . Ceci est vrai, seulement dans le cas où l'on se trouve dans le cas de pièces parfaitement ajustées entre elles ce qui est une condition exceptionnelle. Nous aurons donc deux cas de figure :

4-21 Pièces continues cisailées.

4-22 Pièces d'assemblages cisailées.

4-3 Pièces continues cisailées.

C'est le cas d'un longeron d'aile au droit d'une nervure. Celle-ci s'appuie sur le longeron et donc exerce un effort proportionnel à l'entraxe des dites nervures. Dans ce cas, la contrainte est égale à la relation.

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

En pratique, pour tenir compte des défauts d'homogénéité de la matière on introduit un coefficient de réduction de la contrainte ou de la section ce qui revient au même.

4-31 Coefficients à prendre en compte.

 barre ronde	$= 1,33$	 Profil I	$\left. \begin{array}{l} \text{Prof. I} \\ \text{Prof. H} \end{array} \right\} 1,6$
 Tube	$= 1,4$	 Tube carré	$\left. \begin{array}{l} \text{Tube carré} \\ \text{rectangulaire} \end{array} \right\} 1,5$
 Cassé rectangle	$\left. \begin{array}{l} \text{Cassé} \\ \text{rectangle} \end{array} \right\} 1,5$	 Carré d'angle	$\left. \begin{array}{l} \text{Carré d'angle} \\ \text{longueur} \end{array} \right\} 1,15$

4-32 Calcul de la contrainte réelle.

$$\sigma = \text{coef.} \left(\frac{N}{A} \right)$$

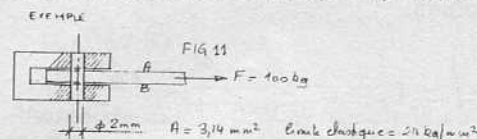
Si l'on prend un caisson de 50 mm² construit en bois dont la limite élastique est de 3,5 kg/mm² soumis à un cisaillement de 100 kg nous aurons :

$$\sigma = 1,5 \times \left(\frac{100}{50} \right) = 3 \text{ kg/mm}^2 < 3,5 \text{ admissible.}$$

4-4 Pièces d'assemblages.

Dans ce cas, nous devons en plus tenir compte des effets secondaires dus aux imperfections de fabrication qui impliquent des jeux. Pour ce faire, on adop-

tera une contrainte égale à la contrainte autorisée en traction multipliée par 0,8.



Nous avons deux plans de cisaillement A et B l'effort F se répartit donc sur deux sections.

Effort par section = $100/2 = 50 \text{ kg}$.

$$\sigma = 1,33 \times \left(\frac{50}{3,14} \right) = 21,18 \text{ kg/mm}^2 < 24 \text{ admissible.}$$

Comme vous le voyez, on compare toujours la contrainte à la limite élastique, c'est l'avantage des coefficients.

4-5 Déformations

Un peu de théorie pour clore ce chapitre, il faut savoir que tout effort amène une déformation. Ces déformations élastiques heureusement sont infimes et non visibles à l'œil nu ou alors c'est très grave. Néanmoins elles existent et se traduisent par un glissement relatif des sections de part et d'autre du plan de cisaillement ce, bien sûr, tant que la contrainte reste dans la zone élastique.

Chapitre 5

LES APPUIS

5-1 Généralités

Pour qu'une pièce quelconque travaille, il lui faut un point d'appui. Suivant la nature de celui-ci, elle travaillera différemment et les méthodes de calcul que

l'on utilisera se seront pas nécessairement les mêmes. Il nous faudra donc savoir à quel type d'appui se référer pour d'une part construire intelligemment et surtout calculer correctement.

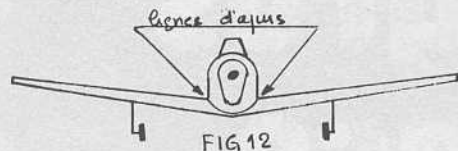
5-2 Définition

Un appui est un point, une ligne, une surface ou deux pièces distinctes l'une de l'autre entrent en contact.

5-21 Différents types d'appuis.

Ils sont au nombre de deux, ce sont les appuis du type :

- articulés,
- encastrés.

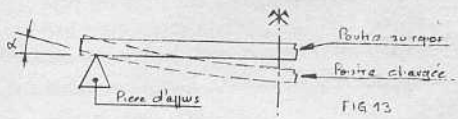


5-3 Etude des appuis.

5-31 Appuis articulés :

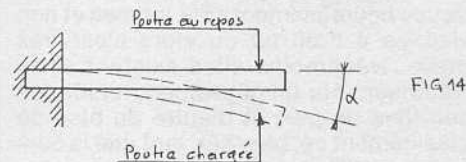
En théorie, la pièce repose sur une ligne immatérielle du type tranchant de scalpel. Il n'y a donc pas de lien entre la pièce et son appui, par conséquent, la pièce appuyée peut se déformer librement en fonction de sa charge.

Pour que la pièce ou poutre appuyée de la sorte soit stable, il faut donc impérativement que les appuis soient au nombre de deux au minimum sinon la pièce entrerait en rotation sous son propre poids.



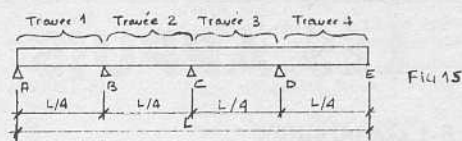
5-32 Appuis encastrés

L'image de ce type d'appui est parfaitement représentée par une barre de bois ou de métal que l'on scelle dans un mur. Ce type d'appui assure donc la continuité de la matière entre la poutre et son appui. Dans ce cas de figure il ne peut y avoir de rotation au point d'appui. Ces deux joints influent directement sur la façon dont la poutre peut et va se déformer sous l'effort, ce quel que soit la nature de la charge qui s'applique à la barre.



5-4 Cas des poutres continues.

Considérons la poutre en dessous.



Une poutre telle que celle-ci présente à peu près tous les cas qu'il est possible

de rencontrer en pratique y compris en modèle réduit.

Examinons : la travée 1.

L'appui A est articulé, l'appui B encastré par continuité de matière sur la travée 2.

Travées 2 et 3.

Les appuis B et C sont encastrés sur les travées adjacentes par continuité de la matière.

Travée 4.

Sont seul appui se trouve en D, là aussi la poutre est encastrée par continuité de la matière mais avec une certaine possibilité de notation sur cet appui. Nous reviendrons plus loin sur ce cas précis qui nous concerne au plus haut point.

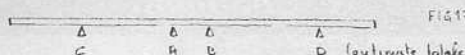
5-5 Cas pratiques.

5-51 Appareils à aile basse, haute ou médiane mais monoplan.

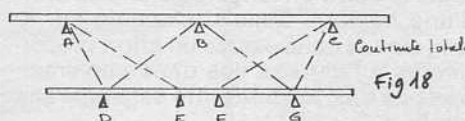
5-511 Sans hauban.



5-512 Avec haubans fonctionnels.

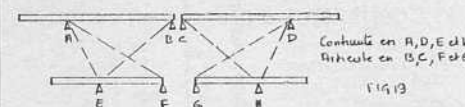


5-513 Appareil biplan ou plus avec mat intermédiaires, haubans fonctionnels mais ailes en 1 seule pièce.

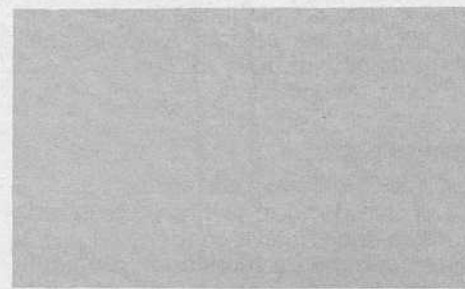


Ce montage est très rigide, trop rigide même et d'un complexe à calculer ! à réserver aux masochistes.

5-514 Appareil biplan ou plus avec mâts intermédiaires, haubans fonctionnels et ailes construites en deux parties.



Pour un biplan, ce montage est de loin le plus rationnel sur le plan mécanique et de la facilité et donc de la justesse des calculs. En l'absence de haubans, l'ensemble ne se tient pas. Ce sont en effet ces haubans qui donnent à l'ensemble sa rigidité aidés bien sûr par les mâts d'entre plans joignant A à E et D à H.



Chapitre 6

ÉTUDE DES CARACTÉRISTIQUES DES SECTIONS

- MOMENT STATIQUE

- MOMENT QUADRATIQUE

6-1 Généralités

Si nous prenons une section de pièce tel qu'un longeron d'aile par exemple, celui-ci possède un certain nombre de caractéristiques dites mécaniques qui servent à définir les efforts auxquels il est capable de résister.

Ces différentes caractéristiques sont :

- Sa forme : carrée, ronde, rectangulaire, etc.
- Ses dimensions : hauteur, largeur, épaisseur.
- Sa nature : plein, creux.
- Sa section droite : sa surface.
- Ses moments statiques : position du centre de gravité.
- Ses moments quadratiques : son inertie.
- Ses modules de flexions : son I/V .
- Ses distances V_1 et V_2 : position de ses axes.
- Ses rayons de girations : i_x et i_y .

Ces neuf caractéristiques sont indispensables pour calculer, ou plus simplement vérifier si la section et les composants de la section résisteront aux efforts durant le vol.

Les prochains chapitres vont nécessiter l'utilisation de ces caractéristiques pour éluder les problèmes posés par la flexion, la torsion, le flambement. Alors entrons dans le vif du sujet, la suite n'en sera que plus intéressante.

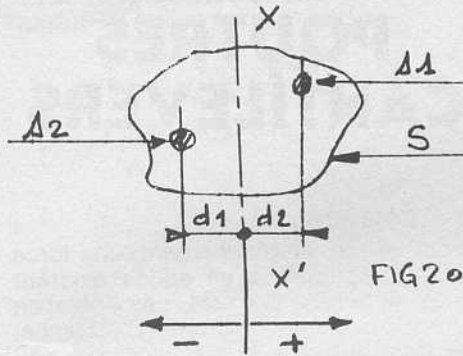
6-2 Forme, dimension, nature section.

Le titre est là pour mémoire, je n'oserais vous faire d'offense.

6-3 Moment statique

Il est à la base de tous les calculs qui vont suivre. Par lui, on détermine les axes neutres des sections. Le point de croisement de ces axes étant le centre de gravité, vous saisissez l'importance de la chose.

6-31 Exemple :



S = Surface plane d'un solide quelconque.
 XX' = Axe de référence.
 s_1 et s_2 = surface unitaire de S .
 d_1 et d_2 = distance de s_1 et s_2 à l'axe XX' .

Un moment est par définition un produit entre une surface, une force et un bras de levier. Ici nous avons des surfaces, distantes de d_1 et d_2 de l'axe. Le moment sera donc égal à la somme de toutes les surfaces élémentaires que constituent S multipliées par leur bras de levier respectif. D'où la relation suivante.

$$M_{\text{statique}} = \sum d \times S$$

Cette somme de produit est du troisième degré (longueur x surfaces). On l'exprime donc en mm^3 , cm^3 , dm^3 , m^3 . La plus pratique à manipuler pour nous est le cm^3 . C'est celle que nous retiendrons. Reste un problème majeur à solutionner, la position de l'axe XX' .

Imaginons maintenant cette surface à l'horizontale et à chaque élément s_1 , s_2 ... s_n nous attribuons un poids bien sûr proportionnel à la surface considérée.

Appelons ce poids par unité de surface ω . Nous constituons donc un réseau de forces parallèles qui, voir chapitre 2, a une résultante. Il nous faut donc déterminer non pas les résultats mais la position de cette résultante.

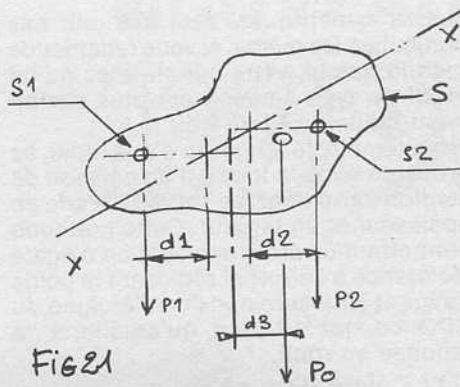
Nous savons que la résultante R sera égale à =

$$P = \omega S$$

Le moment de cette résultante par rapport à l'axe XX' sera donc égal à la somme algébrique suivante :

$$\sum d \times \sum S$$

Le moment de la résultante est en fait la somme des moments de chaque élément unitaire par rapport au même axe bien sûr.



$$d_3 \times P_0 = \sum (d_1 \times P_1) + (d_2 \times P_2) \dots + (d_n \times P_n)$$

Le moment statique peut être positif ou négatif.

Lorsque $d = 0$, $MS = 0 \Rightarrow G$ (centre de gravité) est dans ce cas situé sur l'axe XX' .

Ceci est le cas des pièces qui ont un plan de symétrie. Nous avons donc 3 cas de figure possible :

6-32 Pièce sans plans de symétrie :

2 calculs à faire pour connaître le point de croisement des axes.

6-33 Pièce à 1 plan de symétrie :

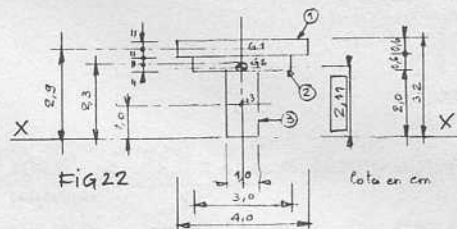
1 calcul à faire pour positionner l'un des axes.

6-34 Pièces à 2 plans de symétries.

Aucun calcul à faire, le CDG est au croisement des deux axes.

6-35 Exemple :

Prenons une section à 1 plan de symétrie.



Calcul : il se fait sous forme d'un tableau.

Élément	Surface en cm^2	Distance à l'axe XX' cm	Moment cm^3
1	$4 \times 0,6 = 2,4$	2,9	6,96
2	$3 \times 0,6 = 1,8$	2,3	4,14
3	$2 \times 1 = 2,0$	1,0	2,00
	6,20		13,10

Position du CDG par rapport à l'axe XX'
 $13,1/6,2 = 2,11 \text{ cm}$.

6-4 Moment quadratique

Pourquoi quadratique, tout bêtement parce qu'il s'exprime par un nombre en puissance 4.

C'est un outil plus qu'utile, il permet en

effet de déterminer par calcul direct les déformations d'une pièce sous l'effort et par calcul indirect, la contrainte de travail de celle-ci.

Son calcul nécessite de connaître avant toute chose :

- le centre de gravité de la section,
- les composants de la section.

Par contre, que la pièce ait 1 ou plusieurs plan de symétrie ou qu'elle n'en ait pas, il faut se faire le calcul.

6-41 Méthode

6-41-1 : Déterminer le CDG.

6-41-2 : Décomposer en surface simple à CDG connue sans calcul.

6-41-3 : Calculer les distances entre le CDG de l'ensemble et le CDG de chaque surface élémentaire.

6-41-4 : Calcul des inerties propres de chaque section élémentaire.

6-41-5 : Calcul des $S \times d^2$

6-41-6 : Somme (j'ai pas dit d'usage) des calculs effectués en 6-41-4 et 6-41-5.

6-41-7 : Exemple 1

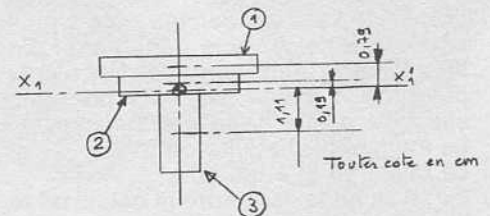


Fig. 22 bis

Reprenons la figure 22 et calculons en inertie.

Théorème de "Huygens".

Ce monsieur, géomètre et astronome Anglais très connu dans le monde modéliste nous explique que :

"Le moment d'inertie d'une surface plane S par rapport à un axe quelconque XX' de son plan est égal à la somme :

- 1) du moment d'inertie de cette surface par rapport à l'axe B , parallèle à XX' et passant par son centre de gravité G ;
- 2) du produit de cette surface par le carré de la distance " d " séparant les deux axes".



Si nous effectuons le calcul pour la figure 22 nous obtenons :

Calcul d'inertie

6-41-8 Pièces figures 22 et 22 bis

Pièce n° 1

$$\text{Inertie propre} = \frac{4 \times 0,6^3}{12} = 0,072$$

$$S \times d = \frac{4 \times 0,6 \times 0,79^2}{2} = 1,497$$

$$\text{Inertie propre} = \frac{3 \times 0,6^3}{12} = 0,054$$

$$S \times d = \frac{3 \times 0,6 \times 0,12^2}{2} = 0,025$$

$$\text{Inertie propre} = \frac{1 \times 2^3}{12} = 0,666$$

$$S \times d = \frac{1 \times 2 \times 1,11^2}{2} = 2,420$$

$$\Sigma = 4,73 \text{ cm}^4$$

Vous constatez que le calcul a un côté bête et méchant on ne peut plus désespérer.

De cette caractéristique, nous allons en tirer d'autre par des calculs encore plus bête, de plus en plus déprimant ! En effet l'inertie nous permet de calculer la déformation d'une pièce fléchiée mais elle est à la base de ce que l'on appelle : Le module d'élasticité ou I/V.

Le rayon de giration ou i.

I/V : Il va nous permettre le calcul de la contrainte à laquelle travaille la pièce considérée.

i : C'est une valeur qui nous servira dans les calculs de pièces comprimées. Nous y reviendrons plus tard.

6-41-9 Détermination de I/V

1) Fibre neutre.

Lorsqu'une pièce travaille en flexion notamment, la fibre de la matière qui passe par le centre de gravité se déforme mais ne subit ni allongement, ni rétrécissement de sa longueur. De ce fait, elle ne travaille pas. Les fibres qui sont sollicitées et donc qui travaillent, sont celles situées de part et d'autre de cette fibre neutre ; et bien sûr, plus elles sont situées loin de la fibre neutre, plus elles travaillent.

Expérience pratique.

Prenez un tube de plomb et cintrez-le. Ensuite, regardez-le de près.

2) Distances V₁ V₂

Ce sont les distances existantes entre les bords supérieur et inférieur de la pièce et son axe de centre de gravité. Si nous reprenons la figure 22 bis nous aurons :

$$V_1 = 2,11 \text{ cm}$$

$$V_2 = 3,2 - 2,11 = 1,09 \text{ cm.}$$

d'où :

$$\frac{I}{V_1} = \frac{4,73}{2,11} = 2,24 \text{ cm}^3$$

$$\frac{I}{V_2} = \frac{4,73}{1,09} = 4,33 \text{ cm}^3$$

Vous remarquez que nous divisons des cm⁴ par des cm nous obtenons des cm³ (problème simple de puissance d'un nombre).

Bien entendu, les pièces symétriques ont les mêmes distances V₁ et V₂ et donc une seule valeur I/V. Notre intérêt est donc de rechercher au maximum des

pièces symétriques, sauf bien sûr cas particulier. De même, si vous regarder de près le calcul, vous constaterez qu'un profil du type caisson est plus performant qu'un profil en I ou H.

Par exemple, le longeron d'aile idéal, se présente sous la forme d'un caisson de section carré dont les semelles varie en épaisseur et en largeur. Cette méthode permettant de créer une section d'égale résistance à l'effort et réduisant le poids au fur et à mesure que l'on s'éloigne du CDG ce qui ne peut qu'améliorer la réponse en rouli.

6-42 Calcul d'un caisson.

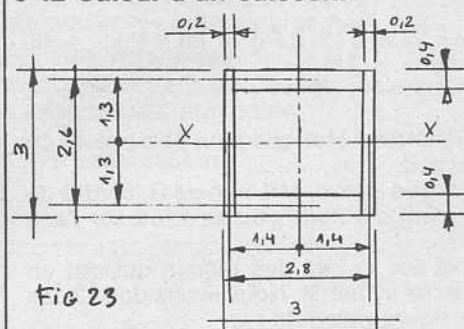


Fig 23

Axe XX
Semelles 1 :

$$\text{Inertie propre} = \frac{2 (2,6 \times 0,4^3)}{12} = 0,03$$

$$S \times d^2 = 2 \times (2,6 \times 0,4) \times 1,3^2 = 3,52$$

$$\text{Inertie propre} = \frac{2 (0,2 \times 3^3)}{12} = 0,90$$

$$I_{XX} = 4,45 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I_x}{V_x} = \frac{4,45}{1,5} = 2,96 \text{ cm}^3$$

Axe yy
ames 2 :

$$\text{Inertie propre} = \frac{2 (3 \times 0,2^3)}{12} = 0,004$$

négligeable

$$S \times d^2 = 2 \times (3 \times 0,2) \times 1,4^2 = 2,35$$

Semelles 1 :

$$\text{Inertie propre} = \frac{2 (0,4 \times 2,6^3)}{12} = 1,17$$

$$3,52 \text{ cm}^4$$

$$\frac{I_y}{V_y} = \frac{3,52}{1,5} = 2,34 \text{ cm}^3$$

$$\text{Surface de la section : } 2 [(2,6 \times 0,4) + (3 \times 0,2)] = 3,28 \text{ cm}^2$$

Comparons les caractéristiques des sections de la figure 22 et de la figure 23.

Caractéristique	Figure 22	Figure 23
Section	6,20 cm ²	3,28 cm ²
Inertie	4,73 cm ⁴	3,52 cm ⁴
I/v ₁	2,24 cm ³	2,34 cm ⁴
I/v ₂	4,33 cm ³	4,34 cm ⁴

On constate que le caisson est presque aussi résistant que le T 3,52 cm⁴ alors que la section du caisson est presque de

moitié celle du T. D'autre part, les modules de flexion sont aussi en faveur du caisson.

Amateur de maquette ou de petit gros, vous avez pigé.

Chapitre 7

POUTRES CANTILEVERS

7-1 Définition

Pour exister matériellement, une force doit s'appliquer à un solide existant matériellement. Si c'est le cas, l'objet en question offre une certaine résistance, se déforme, puis si l'on insiste un peu trop, manifeste sa désapprobation en cassant.

Trois volumes de base sont possibles = 7-1-1 La force s'applique au droit d'un appui, c'est un cisaillement (voir chapitre 4).

7-1-2 La force s'applique dans l'axe du solide, deux solutions possibles, C'est une traction (voir chapitre 3)

C'est une compression (voir chapitre 11)

7-1-3 Il y a une distance entre l'appui du solide et la force qui le sollicite. Dans ce cas, la distance est un levier qui, non content d'exister se manifeste en modifiant l'action de la force. (Rajeunissez-vous et pensez à notre vieux copain Archimède).

7-2 Exemple

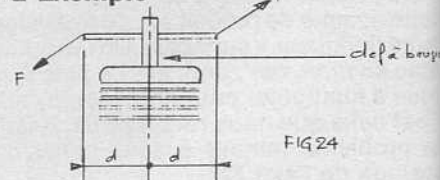


FIG 24

Pour débloquer notre bougie, il faut exercer sur les leviers de l'outil utilisé une ou plusieurs forces sur les ergots de manœuvre. Il y a donc par exemple 1 force sur un levier.

Dans ce cas, il y a conjonction entre force et bras de levier, c'est ce que l'on nomme le moment d'une force. Sa valeur est tout simplement (j'ai pas dit bête ment) égale au produit de la force F par la distance D.

$$M^t \Rightarrow F \times D$$

Chaque fois qu'une force travaille en dehors d'un axe, ou d'un point d'appui, il en est de même.

7-2 Nature de charges

Les forces qui sollicite un solide peuvent être de différente nature :

7-2-1 Charges quelconques.

7-2-2 Charges ponctuelles.

7-2-3 Charges uniformément réparties.

7-2-4 Charges uniformément variées.

Dans la pratique, seule les trois dernières nous concernent. Leur effet sont similaires, mais les diagrammes et valeurs chiffrées auquel elle donne naissance sont eux très différents.

A suivre

Construction des petits gros et résistance des matériaux

G. Chapillon

7-4 Remarque

Mon but n'est pas de faire de la théorie, d'ailleurs ça me barbe. De plus, si l'on en fait, il faut rentrer dans les maths. Merci mais c'est trop vieux. Je vous propose donc d'étudier cas par cas la chose au moyen d'exemples pratiques. Pour les amateurs de théories, offrez-vous un bouquin de mécanique et de toute façon ma prose ne vous concerne pas. Pour les autres, croyez-moi, les constructions que j'ai réalisées depuis vingt ans sont toujours là.

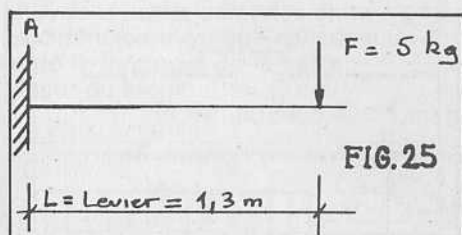
7-5 Poutre cantilever

7-5-1 Définition

C'est le type même de l'aile d'un avion de voltige tel que les Cap de Mudry. La poutre est encastrée à une extrémité et libre à l'autre. Ce type de poutre peut recevoir toutes les natures de charges examinées en 7-2.

7-5-2 Charge ponctuelle

Schéma de principe



Dans ce cas, le Moment que l'on note MF est égal au produit de la force F par le bras de levier L soit :

$$M^f = 5 \times 1,3 = 6,5 \text{ mkg.}$$

On multiplie les mètres et les kg non,

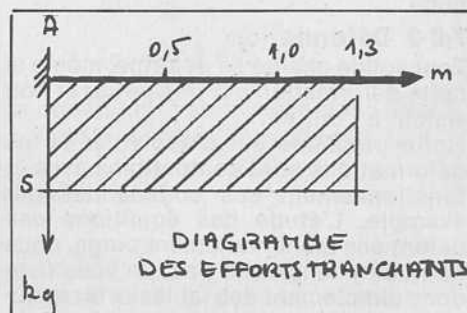
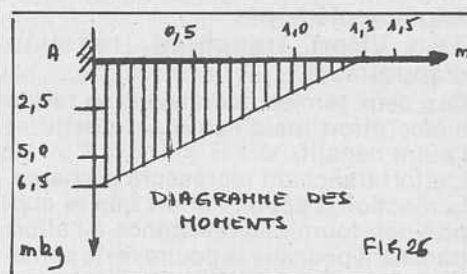
pas des puces et des éléphants, donc on associe les deux unités pour définir la valeur du résultat.

Ceci se représente graphiquement et vous me comprendrez plus tard, c'est vraiment très pratique.

Définition de l'effort tranchant

La force $F = 5 \text{ kg}$ ne disparaît pas dans le moment, nous allons la retrouver au droit de l'appui A, c'est ce que l'on nomme l'EFFORT TRANCHANT. Ce dernier tend à cisailer (tient coucou le revoilà le chapitre 4) notre poutre. Nous aurons donc un deuxième diagramme, celui des efforts tranchants.

DIAGRAMMES.



Ces tracés, que l'on nomme aire de moments de flexion et aire des efforts

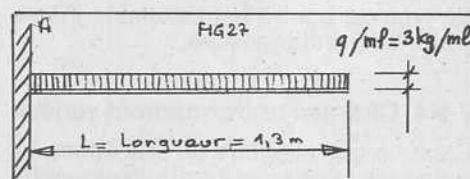
tranchants permettent de mesurer la valeur des sollicitations en n'importe quel point de la poutre sans aucun calcul.

Sur ces tracés on constate que le moment dû à la force F est directement proportionnel à la distance et que l'effort tranchant est une constante égale à la force F.

Ceci représente le cas d'un train d'atterrissage fixé dans l'aile.

7-5-3 Charges uniformément réparties

Schéma de principe



Dans cette configuration, la charge agit sur toute la longueur de la poutre et non plus ponctuellement. La charge ne se définit plus par sa valeur absolue mais en quantité par unité de longueur. L'équation du moment s'exprime donc différemment. Nous trouverons bien sûr, la charge par unité de longueur mais cette fois élevée au carré, la longueur à laquelle s'applique la charge, et pour tenir compte de la position du CDG de la charge un coefficient réducteur soit :

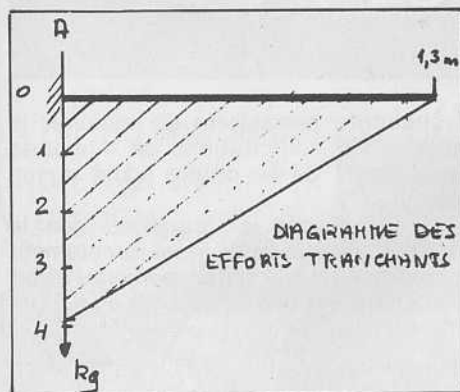
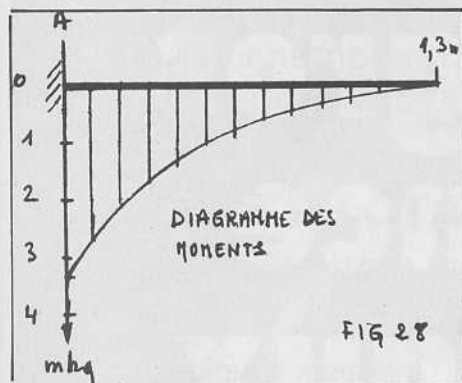
$$M^f = q \times L \times 0,5 = \frac{q \times L^2}{2}$$

Dans l'exemple de la figure 27 nous aurons :

$$M^f = 3 \times 1,3 \times 0,5 = 3,38 \text{ mkg}$$

On multiplie toujours des mètres par des kg, donc on associe toujours les deux unités au résultat.
 Pour sa part l'effort tranchant est dans ce cas évolutif tout le long de la poutre. C'est bien normal puisque la somme des charges par unité de longueur évolue de l'extrémité libre pour être maximum à l'appui A — ET = $q \times l = 3 \times 1,3 = 3,9$ kg.

DIAGRAMMES



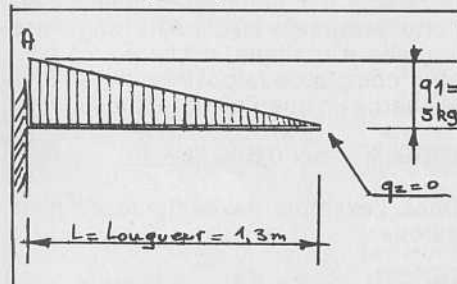
On constate que le moment n'est pas directement proportionnel à la distance. Ceci est dû à la présence du carré dans l'équation, l'effort tranchant est lui directement lié à la distance.
 Ce type de poutre est l'exemple même d'une aile rectangulaire.

7-5-4 Charges uniformément variées

C'est un cas similaire au précédent. La forme de la charge introduit un coefficient diviseur de l'équation différent. L'expression du moment sera donc égale à :

$$M_t = \frac{q \times l}{3}$$

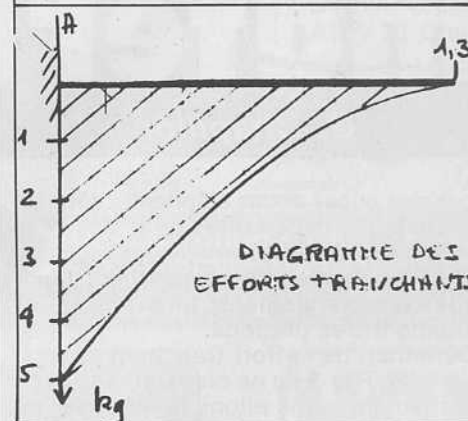
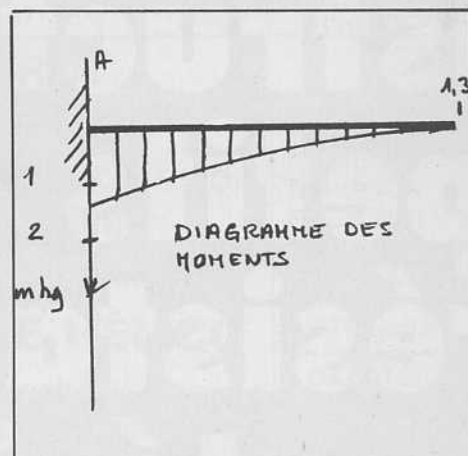
Schéma de principe



$$Q = \text{charge totale} = (q_1 + q_2) \times 0,5 = (5 + 0) \times 0,5 = 2,5 \text{ kg} = \text{valeur de l'effort tranchant}$$

$$M_t = \frac{2,5 \times 1,3}{3} = 1,41 \text{ mkg}$$

DIAGRAMME



Le moment et l'effort tranchant ne sont pas directement lié à la longueur du fait du carré et de la forme de la charge. Ce type de poutre représente exactement le cas d'une aile Delta.

Si l'on cumule, les cas 7-5-3 et 7-5-4, on obtient le cas d'une aile trapézoïdale.

7-6 Compléments

7-6-1 Effort tranchant, réaction d'appui

Ces deux termes définissent en fait le même effort mais l'un étant positif et l'autre négatif.

L'effort tranchant représente la charge, la réaction d'appui, l'effort que le support doit fournir en résistance à l'effort tranchant pour que la poutre reste immobile. C'est un problème de résistance nulle.

7-6-2 Déformation

Tout solide chargé se déforme, même si cette déformation est très petite et non visible à l'œil nu.

Notre problème est d'apprécier si les déformations sont compatibles avec le fonctionnement des commandes par exemple. L'étude des équations des déformées étant hautement purgée, nous ne nous y lancerons pas. Je vous livre donc directement des tableaux récapitulatifs de toutes les équations des trois types de poutres que nous avons étudiées.

CAS 1	CAS 1
POUTRE ENCASTRÉE A UNE EXTRÉMITÉ Charge concentrée	
Efforts tranchants de A en B : $T_x = C^0 = P$	Equation de la ligne élastique : $y = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3L^2x + 2L^3)$
Moments fléchissants de A en B : $M_x = Px$	Flèche maximum en A : $f_A = \frac{PL^3}{3EI}$
Moment fléchissant maximum en B : $M_B = PL$	

CAS 2	CAS 2
POUTRE ENCASTRÉE A UNE EXTRÉMITÉ Charge uniformément répartie	
Efforts tranchants de A en B : $T_x = \frac{Px}{L}$	Equation de la ligne élastique : $y = \frac{P}{24EI} \left(\frac{x^4}{L} - 4L^3x + 3L^4 \right)$
Efforts tranchants maximum en B : $T_B = P$	Flèche maximum en A : $f_A = \frac{PL^3}{8EI}$
Moments fléchissants de A en B : $M_x = \frac{Px^2}{2L}$	
Moment fléchissant maximum en B : $M_B = \frac{PL}{2}$	

CAS 4	CAS 4
POUTRE ENCASTRÉE A UNE EXTRÉMITÉ Charge régulièrement décroissante	
Efforts tranchants de A en B : $T_x = \frac{Px^2}{2L}$	Equation de la ligne élastique : $y = \frac{P}{60EI} \left(\frac{x^5}{L} - 5L^3x + 4L^4 \right)$
Efforts tranchants maximum en B : $T_B = P$	Flèche maximum en A : $f_A = \frac{PL^3}{15EI}$
Moments fléchissants de A en B : $M_x = \frac{Px^3}{3L^2}$	
Moment fléchissant maximum en B : $M_B = \frac{PL}{3}$	

Chapitre 8

ÉTUDE DE LA TORSION

8-1 Généralités

Il s'agit là d'un phénomène complexe, son étude approfondie n'est vraiment pas évidente. Pourtant, son utilisation est très courante en modélisme.

Exemple : = les commandes d'aileron
= les trains d'atterrissage

Dans la pratique, on peut et tout le monde le fait, détourner le problème par une méthode qui certes, n'est pas exacte mais donne des résultats qui nous place en sécurité.

Cette méthode consiste à traduire la torsion en cisaillement, phénomène qui est simple à traiter.

8-2 Moment de torsion

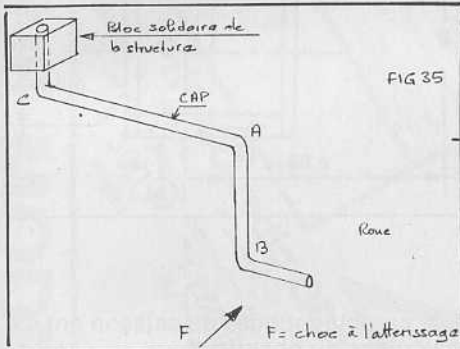
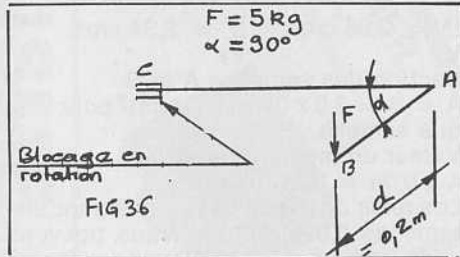


Schéma mécanique



La partie de CAP comprise entre A et B travaille en flexion pure voir cas n° 7-5-2 du chapitre précédent.

La partie comprise entre A et C travaille en torsion du fait du blocage de la CAP au point C.

Le moment qui sollicite cette partie de la barre est égal au moment de flexion en A de la partie comprise entre A et B. La différence, c'est qu'il est constant sur toute la longueur de la barre.

Valeur du moment = $F \times d$
= $5 \times 0,2 = 1 \text{ mkg}$

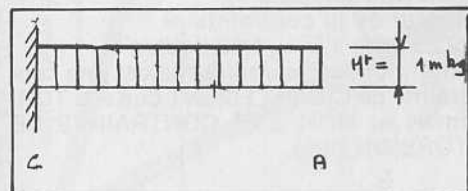
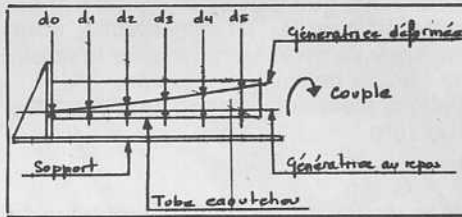


DIAGRAMME DU MOMENT

8-3 Déformation sous la torsion

Il est facile de mettre en évidence les déformations que subit un solide ainsi sollicité.



Si l'on mesure les déplacements, on notera que :

- d0 = point fixe
- d1 = déformation pour 1 unité de longueur = $\Delta 1$
- d2 = déformation pour 2 unités de longueur = $2\Delta 1$
- d3 = déformation pour 3 unités de longueur = $3\Delta 1$
- d4 = déformation pour 4 unités de longueur = $4\Delta 1$
- d5 = déformation pour 5 unités de longueur = $5\Delta 1$

On en déduit que pour une même barre et un même matériau,

- la déformation est proportionnelle à la longueur de la barre.

Il est évident que si l'on change la section de la barre, le résultat change lui aussi.

8-4 Inertie de torsion

Comme pour la flexion, certaines caractéristiques liées à la torsion existent et sont nécessaires au calcul de vérification. Ce sont :

- le moment d'inertie de torsion = I_0
- le module de torsion = $\frac{I_0}{V}$

8-41 Barre circulaire

Comme ses petits frères de la flexion, il s'exprime en cm^4 . Sa valeur est directement liée au diamètre de la pièce étudiée. Si le rayon R augmente d'une valeur ΔR , I_0 augmente lui d'une valeur ΔI_0 qui s'exprime par l'équation suivante :

$$\Delta I_0 = 2 \times 3,14 \times R \times \Delta r \quad -3$$

$$D'où = \frac{\Delta I_0}{\Delta r} = 2 \times 3,14 \times R \quad -3$$

$$\frac{dI_0}{dr} = 2 \times 3,14 \times R \quad -3$$

$$I_0 = \frac{3,14 \times R^4}{2} + C \quad -4$$

La constante C étant nulle donc pour R = 0, $I_0 = 0$ nous pouvons dire que :

$$I_0 = \frac{3,14 \times R^4}{2} \quad -4$$

$$= \frac{3,14 \times \phi^4}{2^2} \quad -4$$

$$= \frac{3,14 \times \phi^4}{2} \quad -4$$

En pratique, pour se simplifier l'existence, nous pouvons dire que :

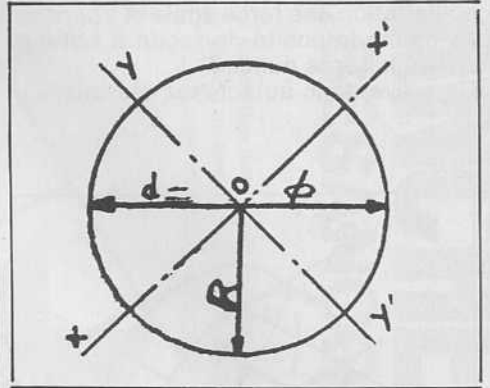
$$I_0 = \frac{3,14 \times \phi^4}{32} \quad -4$$

$$= 0,098 \times \phi^4 \quad -4$$

$$\approx 0,1 \times \phi^4 \quad -4$$

Dans ce cas, l'erreur est égale à 2/1 000 ce qui est négligeable.

FIG. 39



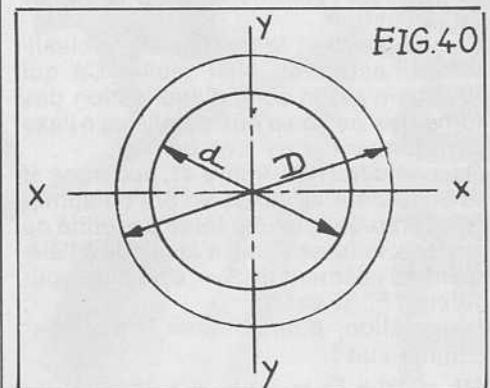
Détermination de $\frac{I_0}{V}$

$$V1 = V2 = R \Rightarrow \frac{I_0}{V} = \frac{I_0}{R} = 0,2 \times \phi^3 \quad -4$$

8-42 Tubes

Un tube c'est quoi ? Un nœud plein que l'on a percé en son centre d'un trou très gros par rapport à son diamètre.

Si l'on réfléchit un peu, lorsque l'on sait calculer l'inertie de torsion d'un rond plein, pour connaître l'inertie d'un tube il suffira de lui retrancher l'inertie du rond correspondant au diamètre intérieur du dit tube. De la sorte, nous aurons l'inertie correspondante à la matière.



Par conséquent, nous pouvons écrire que l'inertie est égale à :

$$I_0 = 0,1(D^4 - d^4) \quad -4$$

Toujours en raisonnant de la même façon, $\frac{I_0}{V} =$

$$\frac{3,14}{16} \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right) \approx 0,2 \left(\frac{D^4 - d^4}{D} \right)$$

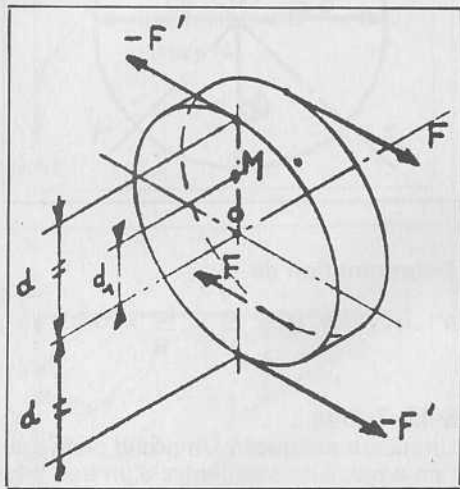
8-5 Expression de l'angle unitaire de torsion

Si nous reprenons la figure 33, chaque unité de longueur se déforme d'une même valeur que l'on appelle Δ . A chaque unité de longueur, correspond une nouvelle déformation Δ qui se cumule à la précédente etc.

D'autre part, comme pour la traction ou le cisaillement, l'ensemble de l'effort donc de la contrainte se répartit sur l'ensemble de la section sollicitée. On retrouve donc le même problème soit la nécessité d'opposer à chaque force de sollicitation une force égale et opposée de même intensité de façon à obtenir une résultante nulle.

On arrive donc au schéma suivant :

FIG. 41



Dans ce schéma, les lois de statique sont respectées du fait que :

- la résultante des forces F et F' est nulle
- la somme des moments des forces F et F' est aussi nulle puisque :

- $F = -F'$
- Elles sont opposées
- Elles sont situées à la même distance du point de référence qui est le centre de la section.

L'analogie avec la traction ou le cisaillement est donc bien réelle. Ce qui change c'est le sens d'application des forces qui au lieu d'être parallèles à l'axe sont tangentiels à ce dernier.

Reconsidérons la figure 41, appelons δt la contrainte au point M. Si l'on admet que δt représente une force par unité de surface, la force F' qui s'applique à l'élément ΔS (élément de $S = a M$) aura pour valeur : $F' = \delta t \Delta S$

La relation pourra donc s'exprimer comme suit :

$$Mt = \sum d \times F' = \sum d \times \sigma \times \Delta S$$

$$= \sum d \times G \times \theta \times \Delta S$$

Dans cette équation,
 G = module d'élasticité transversale du matériau
 θ = angle relatif de déplacement des sections

Ces deux paramètres sont indépendants du point M. La relation peut donc s'exprimer comme suit :

$$Mt = G \times \theta \times \sum d \times \Delta S$$

— 2

sachant que $\sum d^2 \times \Delta S$ représente l'inertie la relation peut s'écrire :

$$Mt = G \times \theta \times I_0$$

Si l'on reste dans le domaine élastique, c'est-à-dire que les déformations s'annulent dès que l'effort est relâché, nous pouvons de cette équation tirer la valeur de l'angle unitaire de torsion.

Celui-ci s'exprimera donc par l'équation suivante :

$$\theta = \frac{1}{G} \times \frac{Mt}{I_0}$$

Sans recherche hautement sophistiquée nous constatons que l'angle de la torsion unitaire est :

- directement proportionnel à la valeur du Mt de torsion,
- inversement proportionnel au module d'élasticité transversale du matériau mis en œuvre.

REMARQUE

Lors de l'étude de la traction et du cisaillement, que l'équation des déformations se présentait comme suit :

$$\text{- Cisaillement} = \gamma = \frac{l}{G} \times \frac{1}{S}$$

$$\text{- Traction} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{l}{E} \times \frac{N}{S}$$

Il y a donc bien analogie entre les trois types de sollicitation. Nous retrouvons en effet :

- La cause de la déformation Mt ou effort
- Le module d'élasticité du matériau E ou C (longitudinal ou transversal)
- Sa section de la pièce étudiée ou son moment d'inertie spécifique à la sollicitation

8-6 Contrainte tangentielle

Si V est la distance maximale qui sépare l'axe de la fibre neutre (donc du CDG) du bord de la pièce. La contrainte sera comme pour la flexion maximum en ce point extérieure et égale à 0 sur l'axe du CDG qui est la seule fibre non déformée de la section.

Son calcul est simple, il se traite par la relation suivante

$$\sigma_{\max} = \frac{Mt \times V}{I_0}$$

I_0 et V sont deux termes directement liés à la section étudiée. Il sont donc pour un cas précis des constantes. L'équation devient alors

$$\sigma_{\max} = \frac{Mt}{I_0/V}$$

ou $\frac{I_0}{V}$ est le module de torsion de la V section considérée

8-7 Remarque

Ce que nous venons d'examiner n'est valable que dans le cas où l'on traite des pièces circulaires pleines ou creuses et dont l'épaisseur est constante.

Pour les autres formes, carré, rectangle, etc, AUCUNE des équation et explications ci-dessus n'est valable.

8-8 Pièces non circulaires

Nous avons à plusieurs reprises calculé la valeur numérique d'un moment. Pour

ce faire, on utilise deux paramètres sont :

- la force ou les forces
 - le bras de levier de la dite force
- Le produit des deux éventuellement affecté d'un coefficient nous fournit la valeur du moment.

Vous comprenez donc sans effort particulier que si l'on connaît deux des paramètres ci-dessus énumérés, on retrouve sans peine le troisième. D'où :

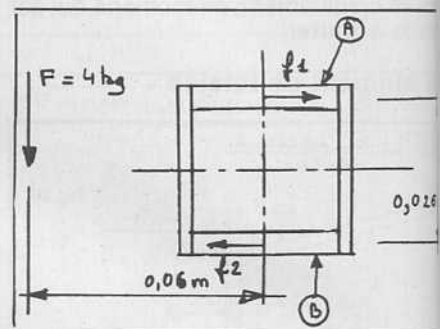
$$Mt/\text{force} = \text{bras de levier}$$

$$Mt/\text{distance} = \text{force.}$$

Puisqu'il y a analogie entre cisaillement et torsion, utilisons cette astuce et transformons la méchante torsion en gerbe de cisaillement plus facile à manier.

8-81 Exemple

Traisons le problème directement de manière pratique. Soit le caisson ci-dessous.



Les caractéristiques du caisson ont été calculées au chapitre 6

$$I_x = 4,45 \text{ cm}^4 \quad I_y = 3,52 \text{ cm}^4$$

$$A = 3,28 \text{ cm}^2$$

$$\frac{I_x}{V_x} = 2,96 \text{ cm}^3 \quad \frac{I_y}{V_y} = 2,34 \text{ cm}^3$$

Section des semelles A et B

$$A = B = 2,6 \times 0,4 = 1,04 \text{ cm}^2 \text{ pour chaque semelle.}$$

Valeur du moment de torsion

$$4 \times 0,06 = 0,24 \text{ mkg}$$

Les axes des semelles A et B sont distants de 0,026 mètres. Nous pouvons donc traduire ce moment par des forces f_1 et f_2 qui auraient le même effet.

Conformément à ce que nous avons dit au début du paragraphe nous pouvons en partant d'un moment et d'une distance calculer une force.

$$\text{Nous aurons} = f_1 = f_2 = 0,24/0,026 = 9,23 \text{ kg qui solliciteront chacune des deux semelles.}$$

f_1 et f_2 sont plus grandes que F c'est normal, elles sont dans le rapport des bras de levier.

Munie de ce résultat, nous savons calculer la contrainte qui règne dans la section (voir chapitre 4).

Valeur de la contrainte =

$$(9,23/3,28) 1,5 = 4,22 \text{ kg/mm}^2.$$

Attention, cette contrainte est une contrainte de CISAILEMENT due à la TORSION et NON UNE CONTRAINTE DE TORSION pure.

A suivre

Construction des petits gros et résistance des matériaux

G. Chapillon

Chapitre 9

PUISSANCE NÉCESSAIRE AU VOL

9-1 Généralités

Le but de cette étude est de définir avant la construction la totalité des paramètres de construction d'un appareil qu'il soit avion ou planeur. Les paramètres aérodynamiques étant censés avoir été vérifiés avant. Pour ceci voyez les articles de S. Barth et ou de Kieffer ou d'autres si vous lisez plusieurs revues. Il existe cependant des sujets que peu de revue ou pas du tout ont abordé. Ce sont pourtant des éléments primordiaux. A leur décharge je dirais que ces sujets ne sont absolument pas évidents à fouiller et surtout à piger. Ce sont :

- la puissance nécessaire au vol
- la détermination des hélices

Pour se détendre un peu, traitons le premier et gardons l'autre pour plus tard. Deux solutions sont possibles ; vous surmotoriser pour être sûr que ça vole, vous y allez au pif et on constate que :

c'est bien, tant mieux
c'est trop, bof ça aurait pu être pire
c'est faible, bon j'achète un moulin plus gros.

Si vous jouez avec une maquette ça peut payer en casse ou en facture moteur. Je vous en propose une troisième, le calcul.

4^e partie

9-2 Détermination de la puissance

Tous les livres de mécanique vous le diront, pour le vol en palier donc à l'horizontale, elle est égale au produit :

$$W = R_x \times V$$

ou W = puissance

V = la vitesse en mètre/seconde

$R_x = C_x \times S \times \left(\frac{V}{16}\right)^2$ dans laquelle
 S = surface de l'aile en mètre carré
 C_x = coefficient de résistance à l'avancement

Le C_x quant à lui se décompose en deux parties :

- le C_{xp} = à la résistance que l'air oppose à l'avancement du mobile
 - le C_{xi} = qui découle de la portance
- Chacun de ces C_x va définir un R_x qui pour ne pas être en reste va définir une puissance spécifique à un cas de vol. Les trois phases du vol étant en ce qui concerne la puissance :

- la substantiation
- la translation
- la montée

Pour un appareil donné, ces trois puissances évoluent de façons très différentes. C'est pourquoi définir une puissance en fonction d'un poids ou d'une envergure n'a guère de sens si l'on ne fait pas intervenir les autres paramètres.

Il faut donc calculer la puissance pour chacun des paramètres de vol et après sommation, nous savons où nous allons. Je vous fait grâce des déterminations d'équation qui sont du genre purge pour vous livrer directement les équations de calcul.

9-2-1 Puissance nécessaire à la substantiation

On la désignera sous le terme WS .

Elle dépend de :

- La charge par mètre linéaire d'envergure
- de la vitesse de vol
- d'un terme constant égal à 0,3

$$WS = \left(\frac{P}{E}\right)^2 \times \frac{1}{V} \times 0,3$$

- Elle s'exprime en cheval vapeur.

A la lecture de l'équation, on constate :
1) WS est proportionnelle à la charge par mètre d'envergure

⇒ à envergure égale et à charge alaire égale, la puissance augmente si l'on augmente le poids de l'avion.

2) inversement proportionnel à la vitesse

⇒ plus on vole vite moins la puissance nécessaire à la substantiation est élevée.

9-2-2 Puissance nécessaire à la translation

On la désignera sous le terme WT .

Elle dépend de :

- du C_{xp} de l'engin
- de sa surface alaire
- de sa vitesse

$$WT = C_{xp} \times S \times \frac{V^3}{1200}$$

- Elle s'exprime aussi en cheval vapeur.

A la lecture de l'équation, on constate :
1) WT est proportionnelle au C_{xp} de l'engin

⇒ soigner le profilage, la finition, les cages à poules sont consommatrices de chevaux.

2) Proportionnelle à la surface mouillée par l'air

⇒ grande surface d'aile ne veut pas dire forcément faible puissance.

3) Proportionnelle à la vitesse, plus elle augmente plus il faut de chevaux.

9-2-3 Puissance nécessaire à la montée

On la désignera sous le terme W_m .

Elle dépend :

- du poids de l'engin
- de la vitesse verticale que l'on souhaite
- d'un coefficient égal à 75

$$W_m = \frac{P \times V_m}{75}$$

Elle s'exprime en cheval vapeur.

L'équation montre qu'elle est :

- proportionnelle au poids
- proportionnelle à la vitesse de montée

9-3 Puissance totale nécessaire

C'est la somme des trois d'où :

$$W = WS + WT + W_m$$

Attention cependant, le chiffre obtenu correspond non à la puissance du moteur, mais à la puissance que l'hélice doit restituer après avoir prélevé sa part. A ce sujet ne pas être d'un optimisme délirant même sur les gros modèles à grande hélice tournant relativement lentement, le rendement ne dépasse qu'exceptionnellement 0,6. Nous en reparlerons dans un prochain chapitre.

9-4 Choix du Cxp

J'ai dit choix et non calcul. En effet dans toute chose et même les meilleures il faut savoir s'arrêter. Nous utiliserons donc des valeurs courantes admises par les constructeurs amateurs ou gens similaires.

Planeur soigné = $0,01 < C_{xp} < 0,015$
 Avion bien profilé = $0,025 < C_{xp} < 0,030$
 Avion avec roue, } = $0,051 < C_{xp} < 0,080$
 hauban etc.

Pour les appareils de 14-18 et similaire, pensez que les câbles traînent énormément comme d'ailleurs toute pièce de section circulaire.

Pour en tenir compte, il faut majorer le Cxp choisi du Cxp des câbles en calculant celui-ci comme ci-dessous :

$$C_{xp \text{ des câbles}} = 1,2 \times \frac{\text{Surface des tubes et câbles en m}^2}{S \text{ m}^2}$$

et additionner cette valeur au Cxp choisi.

9-5 Exemple pratique

Modèle d'avion, type semi-maquette d'un appareil moderne de tourisme.

Caractéristiques générales :

Envergure : 3,3 m

Corde constante : 0,7 m

Surface : 2,31 m²

Poids en ordre de vol : 20 kg

$C_{xp} = 0,05 > C_{xs} = 0,05 \cdot 2,31 = 0,12$

$C_{z \text{ max}} = 1,3 - V_z = 2 \text{ m/seconde.}$

On obtient dans ce cas :

$$\frac{P}{b} = \frac{20}{3,3} = 6,06 \text{ kg/ml d'envergure}$$

vitesse minimum =

$$\sqrt{\frac{16 \cdot P}{S \cdot C_{z \text{ max}}}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 20}{2,31 \cdot 1,3}}$$

$$= 10,32 \text{ m/s} = 37,1 \text{ km/h}$$

Si l'on veut voler à 1,5 fois la vitesse minimum soit : 15,5 m/s $\approx$ 55 km/h nous aurons :

$$WS = \left(\frac{6,06}{55}\right)^2 \cdot 1 \cdot 0,3 = 0,20 \text{ Cv}$$

$$WT = 0,12 \cdot \frac{15,5^3}{1200} = 0,37 \text{ Cv}$$

$$W_m = \frac{20 \cdot 2}{75} = 0,53 \text{ Cv}$$

Σ des puissances $WT = 1,10 \text{ Cv}$

Si notre moteur développe 2 CV, notre hélice devra, pour que nous puissions remplir le contrat avoir un rendement de $1,10/2 = 0,55$ ce qui paraît possible.

Si nous abaïssons le poids de l'appareil à 18 kg, les valeurs seraient de :

$$WS = \left(\frac{18}{3,3}\right)^2 \cdot \frac{1}{55} \cdot 0,3 = 0,16 \text{ cv}$$

$$WT = 0,12 \cdot \frac{15,5^3}{1200} = 0,37 \text{ cv}$$

$$W_m = \frac{18 \cdot 2}{75} = 0,48 \text{ cv}$$

Σ des puissances $WT = 1,01 \text{ cv}$ d'où un rendement d'hélice égal à

$$\frac{1,01}{2} = 0,51$$

donc 10 % de gain sur le poids se traduisent par un gain de

$$\frac{1,1 - 1,01}{1,01} \times 100 = 8,9 \% \text{ sur la puissance nécessaire}$$

9-6 Autre raisonnement possible

Si nous avons à notre disposition, un ensemble moteur et hélice dont nous connaissons la puissance du premier et le rendement du second, nous pouvons calculer la V_z positive ou négative de la cellule que nous voulons motoriser. Il nous suffit pour cela de retrancher de la puissance réelle à l'hélice les puissances nécessaires à la sustentation et à la translation. D'où la relation suivante :

$$V_z = \left[\frac{(W_a \cdot \text{rendement hélice}) - (WS + WT)}{\text{Poids en ordre de vol}} \right] \times 75$$

Ce qui dans notre exemple donne avec : Poids = 20 kg

$W_a = 2 \text{ cv}$

Rendement hélice = 0,6

$$V_z = \left[\frac{(2 \times 0,6) - (0,2 + 0,37)}{20} \right] \times 75$$

$$V_z = 2,36 \text{ m/s}$$

Si l'on admettait que le rendement hélice est de 0,2, valeur certes ridicule mais utile pour l'exemple, nous aurions :

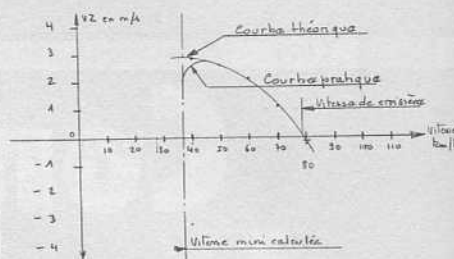
$$V_z = \left[\frac{(2,02) - (0,2 + 0,37)}{20} \right] \times 75$$

$V_z = -0,64 \text{ m/s}$ autrement dit notre appareil se contenterait de descendre sagement de 64 cm par seconde et ce avec un moteur tournant plein pot et un avion qui avance à 55 km/h.

A ce jeu, si l'on connaît les rendements d'hélice, on peut, en faisant varier la vitesse, calculer la courbe de V_z possible. Dans notre cas nous obtiendrons pour le poids de 20 kg un rendement de 0,6.

Vitesse	WS	WT	WZ
40" = 11,11"	0,28	0,14	$\frac{1,2 - (0,28 + 0,14)}{20} \times 75 = 2,93 \text{ m/s}$
50" = 13,89"	0,22	0,27	$\frac{1,2 - (0,22 + 0,27)}{20} \times 75 = 2,66 \text{ m/s}$
60" = 16,67"	0,18	0,46	$\frac{1,2 - (0,18 + 0,46)}{20} \times 75 = 2,10 \text{ m/s}$
70" = 19,44"	0,16	0,73	$\frac{1,2 - (0,16 + 0,73)}{20} \times 75 = 1,16 \text{ m/s}$
80" = 22,22"	0,14	1,10	$\frac{1,2 - (0,14 + 1,10)}{20} \times 75 = 0,15 \text{ m/s}$

A l'aide de ces valeurs nous pouvons établir la courbe de V_z en fonction de la vitesse horizontale de l'appareil.



COMMENTAIRES :

- Le sommet de la courbe ne suit pas exactement la formulation mathématique, et ce pour des vitesses horizontales supérieures à environ 1,2 à 1,3 fois la vitesse minimum. Donc ne pas en tenir compte. Dans cette zone, la V_z réelle serait inférieure à celle calculée.
- Le point de croisement de la courbe avec l'axe des vitesses horizontales indique la vitesse de croisière de l'appareil.

9-7 Longueur de roulement au décollage

Pour ceux qui disposent d'une piste en dur uniquement. Pour les autres tout est fonction de l'état de surface des taupinières. Elle est égale à :

$$L = 0,4 \left(\frac{P^2}{S \cdot W_a \times \eta} \right)$$

Dans cette équation,

P = poids de l'appareil en ordre de vol

S = Surface alaire

W_a = Puissance du moteur

η = Rendement de l'hélice.

Pour l'exemple que nous avons pris nous aurions

- Au poids de 20 kg

$$L = 0,4 \left(\frac{20^2}{2,31 \cdot 2 \cdot 0,6} \right) = 57,72 \text{ m} \neq 60 \text{ mètres}$$

- Au poids de 18 kg

$$L = 0,4 \left(\frac{18^2}{2,31 \cdot 2 \cdot 0,6} \right) = 46,75 \text{ m} \neq 47 \text{ mètres}$$

10 % de gain de poids nous diminue la distance de roulement de 20 %. A méditer non !

Chapitre 10

10-1 Caractéristiques aile

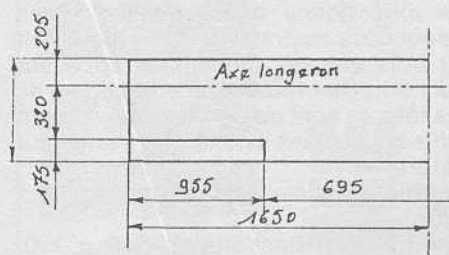
Envergure = 3,300 mètres, corde 0,7 mètre

Surface aile = 2,31 m² ; corde aileron = 0,175 m

10-11 Dimensions aile

$$\text{allongement} = \lambda = \frac{E}{A} = \frac{3,3}{2,31} = 4,71$$

FIG. 44



$$a = \left(\frac{dcz}{di} \right) = \frac{0,1 \lambda}{\lambda + 2,2}$$

$$= \frac{0,1 \cdot 4,71}{4,71 + 2,2} = 0,0682$$

Poids avion équipé = 12 kg.

10-111 Caractéristiques de l'aile

Profil = CLARK Y

Vitesse de vol = vitesse de décrochage

$$x \cdot 1,5 = 1,5 \sqrt{\frac{16 \times 12}{2,31 \times 1,3}} = 11,99 \text{ m/s}$$

$$= 43,15 \text{ km/h}$$

10-112 Charge verticale totale =

$$\text{Charge/m}^2 = \frac{12}{2,31} = 5,19 \text{ kg}$$

à déduire poids propre structure = - 0,90
Total = 4,29 kg

Total = 4,29 kg

Facteur de charge = 10

Charge à considérer

$$= 4,29 \times 10 = 42,9 \text{ kg/m}^2$$

soit au ml = $42,9 \times 0,7 = 30,06 \text{ kg/ml} = 30$

10-113 Cz maxi pour R = 4,850 000 = 1,46

Nous pouvons donc en déduire que dans notre cas nous aurons pour un nombre de Reynolds égal à

$$= \frac{11,99 \cdot 90,7}{0,00001446} = 580428 \text{ un Cz}$$

qui variera dans les mêmes proportions. Ceci est une approximation, mais si vous voulez du parfait sur le plan théorie, il faut en faire sur le plan construction par un respect des cotes qui doit friser la perfection et aussi des calages aile, stab et moteur. Donc l'approximation étant admise nous aurons un Cz de = $0,57 + (0,4/3120000) \cdot 580428 = 0,64$
Nous avons donc deux valeurs connues de Cz

$$Cz_1 = 0,64 \text{ pour RE} = 580428$$

$$Cz_2 = 0,97 \text{ pour RE} = 3120000$$

Toujours en fonction de "Pave or not pave" nous pouvons dire que la courbe de traînée va varier dans les mêmes proportions donc dans le rapport des Cz =

$$\frac{Cz_1}{Cz_2} = \frac{0,64}{0,97} = 0,66$$

d'où un Cz maxi égal à $1,56 \cdot 0,66 = 1,04$

10-114 Nous pouvons donc vérifier les valeurs des vitesses que nous voudrions obtenir = Vitesse maximum =

$$\sqrt{\frac{16 \cdot 12}{2,31 \cdot 1,04}} = 8,96 \text{ m/s} = 32,24 \text{ km/h}$$

Vitesse de croisière à incidence 2° =
 $V = \sqrt{20 \cdot 12 / 1,25 \cdot 2,31 \cdot 0,55 \cdot 1,04} =$
 $12,05 \text{ m/s} = 43,38 \text{ km/h}$

Pour 43,38 km/h nous avons estimé 43,15 donc une erreur minime.

10 - 2 Calcul du longeron

10-21 Généralités

La cellule est calculée pour un poids total de 12 kg soit

$$\frac{12}{2,31} = 5,19 \text{ kg/m}^2$$

A déduire poids mort au $\text{m}^2 = 0,9 \text{ kg}$

d'où une charge verticale totale égale à $= 5,19 - 0,9 = 4,29 \text{ kg/m}^2$

Coefficient de charge limite (résistance élastique) = 10

Charge totale par mètre carré =

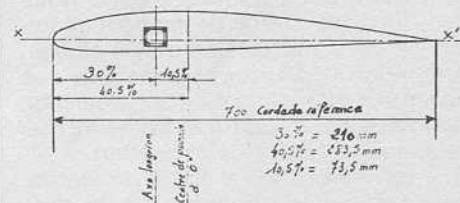
$$4,29 \cdot 10 = 42,9 \text{ kg/m}^2$$

soit par mètre linéaire =

$$42,9 \cdot 0,7 = 30,03 \text{ kg/ml}$$

10-22 Coupe de l'aile

FIG. 45



30 % = 210 mm

40,5 % = 283,5 mm

10,5 % = 73,5 mm

10-23 Calcul du longeron

Le poids, donc la matière inutile étant notre ennemie, nous aurons intérêt à calculer des points de moment rapprochés de façon à faire évoluer la section du longeron donc son inertie en fonction des besoins exacts de la résistance que ce dernier doit présenter.

Trois paramètres seront vérifiés =

La flexion suivant X'X

L'effort tranchant dans le plan de flexion

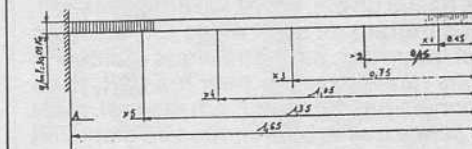
La torsion due au décalage entre le centre de poussé et l'axe du longeron.

10-231 Flexion

L'ensemble des charges qui s'appliquent sur l'aile reviennent finalement toutes se concentrer sur le longeron. Nous avons déterminé une charge au mètre linéaire de 30,06 kg/ml c'est donc cette valeur qui va être appliquée au longeron et qui nous permet de définir les valeurs des moments de flexion en différents points.

Cas de charge de longeron

FIG. 46



$$\text{Moment X1} = (30,03 \cdot 0,15^2) / 2 = 0,34 \text{ m kg}$$

$$\text{Moment X2} = (30,03 \cdot 0,45^2) / 2 = 3,04 \text{ m kg}$$

$$\text{Moment X3} = (30,03 \cdot 0,75^2) / 2 = 8,45 \text{ m kg}$$

$$\text{Moment X4} = (30,03 \cdot 1,05^2) / 2 = 16,55 \text{ m kg}$$

$$\text{Moment X5} = (30,03 \cdot 1,35^2) / 2 = 27,36 \text{ m kg}$$

$$\text{Moment X} = (30,03 \cdot 1,65^2) / 2 = 40,88 \text{ m kg}$$

$$\text{Effort tranchant X1} = 30,03 \cdot 0,15 = 4,5 \text{ kg}$$

$$\text{Effort tranchant X2} = 30,03 \cdot 0,45 = 13,51 \text{ kg}$$

$$\text{Effort tranchant X3} = 30,03 \cdot 0,75 = 22,52 \text{ kg}$$

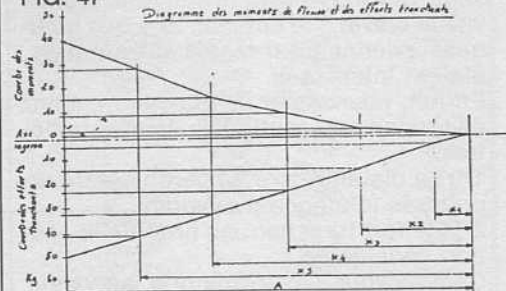
$$\text{Effort tranchant X4} = 30,03 \cdot 1,05 = 31,68 \text{ kg}$$

$$\text{Effort tranchant X5} = 30,03 \cdot 1,35 = 40,54 \text{ kg}$$

$$\text{Effort tranchant A} = 30,03 \cdot 1,65 = 49,55 \text{ kg}$$

Diagramme des moments de flexion et des efforts tranchants.

FIG. 47



La lecture du diagramme ci-dessus met bien en évidence la nécessité d'avoir un longeron dont la section est évolutive. En effet on constate que le besoin de résistance (inertie "I" et module de flexion $\frac{I}{V}$)

diminue très vite à mesure que l'on s'éloigne de l'axe médian de l'envergure. Ce phénomène se reproduit à un moindre niveau pour l'effort tranchant qui tend à cisailier notre longeron.

D'autre part, rappelez-vous le chapitre 6, plus une masse de matière est éloignée du centre de gravité du solide auquel elle appartient plus son inertie est grande. Si nous construisons notre longeron identique sur toute sa longueur, nous augmenterons donc :

1er) La masse générale de celui-ci

2e) Son inertie par rapport à l'axe longitudinal de notre modèle.

En contrepartie, la résistance générale ne sera pas améliorée puisque :

Nous renforçons une partie où il est inutile de le faire.

La maniabilité sur l'axe de roulis sera réduite du fait de la répartition de la matière qui est mauvaise.

Il faut donc faire évoluer au plus près des courbes de sollicitation les courbes de résistance correspondantes sans introduire de point de rupture entre les valeurs situées de part et d'autre d'un même point remarquable des courbes (X1 X2 ... A).

Ceci amène une remarque pour les amateurs d'aile en mousse où le plus souvent on se contente d'assurer la liaison

des demi-voilures par une bande de tissu de verre imprégnée de résine. Dans ce cas il y a brusque changement de résistance parce que discontinuité des matériaux (la résine et la mousse non pas du tout les mêmes caractéristiques). Il n'est donc pas étonnant de voir régulièrement sur les terrains ces ailes se plier à l'occasion d'une ressource un peu appuyée par exemple. Le remède consiste à réunir les deux noyaux par une clef pénétrant sur le tiers environ de chaque demi-aile et collée au coffrage.

10-232 Moment de torsion

Ils proviennent du fait qu'il existe une distance entre le centre de poussée du profil et l'axe du longeron. L'idéal est bien sûr que les deux soient confondus, mais comme le premier varie suivant l'incidence à laquelle le profil se trouve... ! Bien sûr, l'idéal serait un longeron mobile se déplaçant avec le centre de poussée et bien sûr dans le même sens. Si vous trouvez la solution, prenez vite le brevet, j'ai entendu dire que quelques avionneurs français entre autres, étaient intéressés.

En fait, pour rester sérieux, le moment de torsion est fonction de deux paramètres.

1^{er}) La distance axe longeron centre de poussée (distance maximum).

2^e) L'effort tranchant au droit de la section considérée.

Comme vous l'avez compris, sa valeur est fonction du produit de l'un par l'autre.

Nous pouvons donc écrire :

Moment de torsion $X1 = 4,5 \cdot 0,0735 = 0,33 \text{ m kg}$

Moment de torsion $X2 = 13,51 \cdot 0,0735 = 0,99 \text{ m kg}$

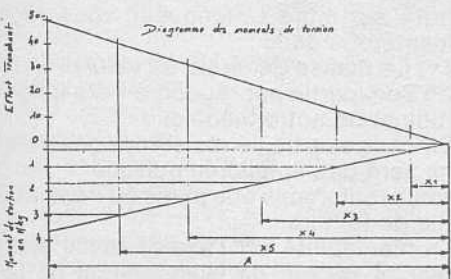
Moment de torsion $X3 = 22,52 \cdot 0,0735 = 1,65 \text{ m kg}$

Moment de torsion $X4 = 31,68 \cdot 0,0735 = 2,32 \text{ m kg}$

Moment de torsion $X5 = 40,54 \cdot 0,0735 = 2,97 \text{ m kg}$

Moment de torsion $A = 49,55 \cdot 0,0735 = 3,64 \text{ m kg}$

Diagramme des moments de torsion
FIG. 48



Le diagramme nous permet de constater que le moment de torsion évolue du bord marginal à l'implanture d'une façon linéaire. Ceci est normal vu l'exemple traité. En effet nous avons :

1^{er}) Une aile rectangulaire.
2^e) Un longeron droit et c'est évident parallèle aux bords d'attaque et de fuite.

Conséquences :

1^{er}) La corde est une constante.

2^e) La position du longeron est une deuxième constante. Ceci implique que la distance d (10,5 % voir figure 39) est aussi une constante.

Nous avons vu que l'effort tranchant d'une poutre encastrée à une extrémité et libre à l'autre variait linéairement (voir figure 28 chapitre 7).

Il est donc logique que le produit d'une fonction uniformément variée par une constante donne à son tour une courbe uniformément variée.

Il en serait tout autrement dans le cas d'une aile trapézoïdale ou elliptique ou pour des raisons de construction nous aurions un longeron dont l'axe ne serait pas parallèle à l'axe des centres de poussée du ou des profils utilisés. Donc attention la forme de l'aile vue en plan et la position du longeron ne sont pas les seuls critères à prendre en considération ! Je pense ici aux amateurs de grandes et très grandes plumes en planneur où le profil est rarement le même à l'implanture et au saumon.

Dans ce cas, le centre de poussée peut varier de façon sensible entre les deux extrémités d'une demi-aile donc nous avons intérêt à vérifier ce moment de torsion sur un nombre de points de plus en plus important au fur et à mesure que l'envergure augmente bien sûr mais plus important encore, au fur et à mesure que l'allongement est plus important.

Ceci dit, revenons à notre longeron. Nous sommes en possession de trois paramètres de sollicitation fondamentaux soit :

1) Courbe du moment de flexion

2) Courbe des efforts tranchants

3) Courbe du moment de torsion

Ces valeurs prises ensemble à un même point de l'aile vont nous permettre de connaître les efforts dans chaque pièce constitutive du longeron, de définir les contraintes dans les matériaux utilisés et par conséquent d'optimiser les sections donc de les rendre juste nécessaires à ce dont nous avons besoin. De plus, et surtout dans le cas des grands allongements, nous pourrions vérifier la flèche donc la variation de dièdre susceptible d'intervenir durant les différentes phases de vol.

10-3 Remarque au sujet des matériaux

Dans ce qui va suivre, je ne parlerai pas du balsa... Pourquoi ? et bien tout simplement parce que celui-ci est par définition un bois dont les caractéristiques mécaniques sont pour ainsi dire insaisissables ! Ce matériau qui est par ailleurs merveilleux (demandez aux adeptes du vol libre) est à mon avis à banir pour notre sujet qui est les gros et même les très gros modèles. Il peut et même doit être utilisé mais pour des pièces **non vitales**. Pour les amateurs de résines et de tissus divers, voyez les différents articles traitant du sujet et les fournisseurs qui pourront peut-être vous guider et vous renseigner car pour ma part, je ne connais pas du tout. Excusez-moi, mais je pense que le bois (spruce ou similaire) est quelque chose de formidable si l'on

dose intelligemment la quantité mise en œuvre.

Je vous donne donc ci-dessous des valeurs des contraintes limite ayant trait au bois que les modélistes appellent bois dur. Ces valeurs ne sortent pas de ma tête, ce sont des limites couramment utilisées pour les avions légers grande nature.

Coefficient d'élasticité du spruce = 000

Coefficient d'élasticité du CTP = 270

Spruce en traction = 8 kg/mm²

Spruce en compression = 3,5 kg/mm²

CTP en cisaillement (bouleau)

= 3,5 kg/mm²

CTP en cisaillement (okoumé) = 2, kg/mm²

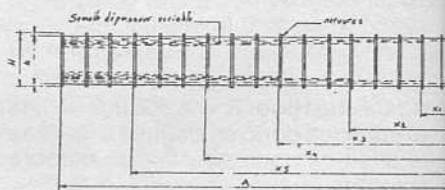
Autre point chaud, les collages. On admet en aviation grande nature une résistance de 0,4 kg/mm². Nous admettrons cette valeur mais je vous conseille vivement d'utiliser les mêmes colles que nos confrères, à savoir et sans aucun esprit de pub, la "Sader R 22" sauf erreur de ma part.

10-4 Définition du longeron

Nous utiliserons un longeron de volume constant. Son épaisseur sera légèrement inférieure à celle du profil et sa section sera carrée. L'allègement du longeron vers le bord marginal sera obtenu par réduction des épaisseurs des semelles et des ames ou par évidement de ceux-ci.

Nous pouvons imaginer la chose suivante :

FIG. 49



H = épaisseur maxi du profil au droit de l'axe du longeron

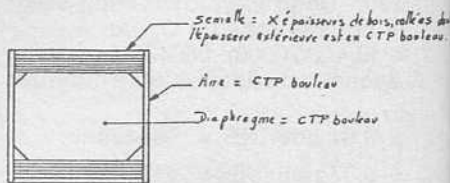
h = épaisseur maxi du longeron

a = épaisseur restante sur la nervure

FIG. 50

Solution 1

Coupe AA

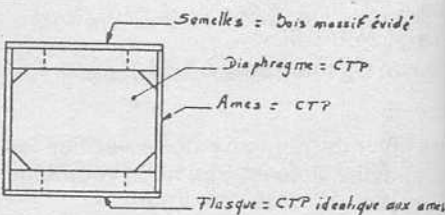


Plus on avance vers le bord marginal plus les semelles s'affinent.

FIG. 51

Solution 2

Coupe AA



— A SUIVRE —