Pierre Rousselot

REALISME DE VOL ET EFFET D'ECHELLE

Vous savez tous que, si l'échelle d'une maquette est le 1/5, ses dimensions sont divisées par 5. Mais pour le reste ? Et en particulier pour la vitesse de vol : un micro-trottoir révèlerait que 98 % des personnes interrogées répondent : il faut la diviser par l'échelle ; mais doit-on faire voler nos maquettes en fonction des sondages ?
De même, on peut lire, dans de nombreux articles : "En l'air, le modèle est d'un réalisme saisissant" ou bien "la vitesse de vol est très réaliste". Qu'est-ce que cela veut dire ?
Le problème devient plus sérieux encore lors des concours de maquettes, car les juges doivent apprécier le "réalisme de vol". Comment font-ils ? Ont-ils vu voler les "vrais" ?
Rappelons qu'il est très difficile d'apprécier la vitesse de vol d'un modèle évoluant seul car sa taille, la distance à laquelle il passe, et l'angle suivant lequel il est vu, influencent notre jugement, lequel est parfaitement subjectif.
De toute manière, on a beau réfléchir au problème et le retourner dans tous les sens, on en arrive toujours à la même conclusion que je résumerai en disant :
Imaginons deux avions de même dimension, un Dewoitine 520 et un Robin, faisant tous deux 10 m d'envergure ; au 1/5, ils feront 2 m et il y a gros à parier qu'ils pèseront le même poids et seront équipés sensiblement du même moteur : le Robin volerait à la même vitesse que le Dewoitine.
On peut parfaitement admettre que le D520 vole, seul, à cette vitesse, mais, si nous les imaginons en patrouille, il serait parfaitement ridicule de qualifier son vol de "réaliste".

Dans les pages qui suivent, j'ai bien peur de devoir employer quelques formules mathématiques. Elles sont indispensables car nos objets technologiques en général, et nos modèles en particulier obéissent à des lois physiques aussi vieilles que le Big-Bang qui créa notre monde et les autres : Newton a reçu sur la tête une des pommes qu'Adam n'avait pas mangées, et nous ne pouvons pas y échapper, à l'une comme à l'autre d'ailleurs.

Que ceux d'entre vous qui ne sont pas matheux ou physiciens sautent donc ces formules ; je sais qu'ils me font confiance pour les conclusions qui en seront tirées.

Les effets de l'échelle

Les effets de la réduction des dimensions d'un prototype quelconque (avion, bateau, moteur, barrage, etc...) sont extrêmement complexes. Leurs compréhensions et leurs analyses demandent des connaissances assez grandes de la physique et des sciences de l'ingénieur en général, et en particulier de :

L'analyse dimensionnelle

C'est l'étude de la forme générale des équations physiques, qui sont des relations entre différentes grandeurs.
Elle permet de s'assurer que ces équations sont exprimées d'une manière indépendante des unités de mesure.
Pour cela, elle définit les phénomènes en fonction de certains produits dits "sans dimensions". Pour rester dans un domaine qui nous est familier, les coefficients de traînée et de portance Cx et Cz sont sans dimensions, car ils ont la même valeur, quelque soit le système de mesure des grandeurs ayant servi à les mesurer.
Il en de même du nombre de Reynolds.

Dimensions des grandeurs physiques

Dans un tableau joint, nous donnons les définitions des différentes grandeurs sur lesquelles nous allons examiner les effets de l'échelle, ainsi que leurs dimensions en fonction des grandeurs de base, ceci pour les matheux car, dans le cours de cet article, nous allons procéder par des explications pas à pas.

Similitude et modèles

L'analyse dimensionnelle ayant défini des produits "sans dimensions", ceux-ci doivent ne pas varier, autrement dit être constants, quelles que soient les dimensions du modèle.

Une similitude complète est toutefois rarement possible.
Par exemple, pour un corps évoluant dans un fluide, deux produits sans dimension sont :

$$\text{Nombre de Reynolds} = \boldsymbol{R} = \frac{VL\rho}{\mu}$$

ou V = vitesse, L = longueur du corps, dans le sens de l'écoulement, ρ = masse volumique du fluide, et μ = viscosité dynamique du fluide.

$$\text{Nombre de Froude} = \boldsymbol{F} = \frac{V^2}{Lg}$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Si l'on désire les respecter tous les deux, on trouve une seule échelle qui satisfasse au problème, c'est l'échelle 1 ! En effet, V et L varient en sens inverse pour $\boldsymbol{R}$ constant, et dans le même sens pour $\boldsymbol{F}$ constant.

La similitude restreinte est donc seulement envisageable.
Par exemple, pour nos modèles, il est exclu de conserver le nombre de Reynolds puisque on diminue à la fois les vitesses et les longueurs. Sauf à les faire évoluer dans l'eau dont la masse volumique est 1 000 fois plus forte que celle de l'air !

Similitude cinématique

La cinématique est l'étude des relations espace-temps. L'expression "similitude cinématique" signifie donc "similitude des mouvements. Ce cas nous intéresse et nous pensons, intuitivement qu'il s'applique à nos maquettes.
On est conduit, dans ce système, à diviser la vitesse par l'échelle E, le poids par E^4, la puissance par E^5.
L'encadré, page 41, démontre amplement que ce système n'est pas homogène et conduit à des résultats aberrants.

Méthode de calcul

Nous sommes donc conduits à n'envisager que la similitude restreinte, en respectant le nombre de Froude, qui devra donc rester constant.
Mais, sachant que le nombre de Reynolds ne peut être respecté, il faudra faire ensuite les corrections qui s'imposent, et ce sera l'objet de la deuxième partie de cet article.
Pour nous y reconnaître, appelons E l'inverse de l'échelle du modèle, soit E = 5 pour le 1/5.

Les longueurs

Là, nous avons déjà vu qu'il n'y a pas de problème ; un avion de 10 m d'envergure fera, au 1/5, 2 m ; toutes les autres dimensions suivent ; sauf celles du pilote qui ne peut plus s'installer au manche et doit donc rester sur le plancher des vaches.

Facteur d'échelle des longueurs = E

Soit, pour l'échelle 1/5 :
Chasseur : 10 à 12,5 m/5 : 2 à 2,5 m
Avion de tourisme : 9 à 10 m/5 : 1,8 à 2 m
Stampe (biplan) : 8,40 m/5 = 1,70 m
Planeur ASW 17 : 20 m/5 = 4 m

Les surfaces

C'est surtout celle qui porte qui nous intéresse ! Toute surface est une longueur multipliée par une autre longueur ; en l'occurrence l'envergure et la corde moyenne, sont toutes les deux divisées par E, ce qui donne :

Facteur d'échelle des surfaces : $E \times E = E^2$

Soit, pour le 1/5, il faut diviser les surfaces par 5 × 5 = 25 ; ce qui donne :
Chasseur, 16 à 30 m²/25 : 0,64 à 1,2 m² = 64 à 120 dm².
Avion de tourisme, 10 à 15 m²/25 : 0,4 à 0,6 m² = 40 à 60 dm².
Stampe, 18 m²/25 : 0,72 m² = 72 dm²
Planeur ASW 17 = 15 m²/25 : 0,60 m² = 60 dm²

Au passage, rappelons que la portion d'aile comprise dans le fuselage doit être comptée (corde d'emplanture × largeur du fuselge), et aussi que le stabilisateur n'est pas une surface portante, mais stabilisatrice, sauf sur les avions de formule canard où il cumule les deux fonctions.

Grandeur	Symbole	Dimensions
Longueur	l	L
Surface	s	L^2
Volume	Ω	L^3
Masse	m	M
Temps	t	T
Vitesse	V	LT^{-1}
Accélération	γ ou g	LT^{-2}
Force, poids	F	MLT^{-2}
Masse volumique	ρ	ML^{-3}
Viscosité dynamique	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Puissance	P	ML^2T^{-3}
Charge alaire	F/S	$ML^{-1}T^{-2}$
Poids/puissance	F/P	$L^{-1}T$

Les vitesses

Puisqu'il faut que nous respections au moins le nombre de Froude, celui-ci va nous donner immédiatement la solution :
$F = V^2/Lg$ ne doit pas varier.
L est divisé par E, nous l'avons vu.
g, invariable, est l'accélération de la pesanteur ; elle agit effectivement sur nos modèles de deux façons :
— le poids du modèle est sa masse multipliée par g ;
— l'air perturbé par le passage du modèle est également pesant ; si l'air ne pesait rien, il n'y aurait ni portance ni traînée.

Le dénominateur de la fraction est donc divisé par E ; pour que F soit invariable, il faut que le numérateur, V², soit également divisé par E, ce qui nous conduit à , puisque $(\sqrt{E})^2 = E$:

Facteur d'échelle des vitesses = $\sqrt{E}$

La vitesse doit être divisée par la racine carrée de l'échelle.
Pour l'échelle 1/5 par exemple, il faut diviser la vitesse de vol du vrai par $\sqrt{5} = 2,236$, ce qui donne, en vitesse de croisière :
Chasseur 39/45, 350 à 500 km/h : 157 à 285 km/h.
Tourisme moderne, 200 à 240 km/h : 90 à 108 km/h.
Stampe, 160 km/h/2,236 : 72 km/h.
Planeur ASW 17 : 160/2,236 = 72 km/h.

Ne nous étonnons pas trop du résultat obtenu pour le chasseur car ces avions avaient un rapport poids/puissance étonnant, nous verrons plus loin le calcul de la puissance.

Je voudrais citer une anecdote : je recevais, il y a quelque temps, M. Klauss H. Krebs, auteur du parachutiste Hugo paru dans MRA, et il me parlait de la maquette de son Messerchmitt 109, qu'il avait piloté il y a plus de quarante ans ; la maquette faisait 1,70 m, pesait 4 kg et était équipée d'un 15 cm³ deux temps. Comme je m'étonnais de la puissance de ce moteur et de la difficulté de piloter une telle machine, il me répondit, avec son accent germanique : Ach ! Komme sur le frai ! Il krimpe à la fertikale et le tékollache est très télikat !

Les accélérations

L'accélération est exprimée, c'est une loi physique incontournable, par une longueur divisée par l'unité de temps élevée au carré, par exemple m./s² ou m/s × s. Retenons donc :

Accélération = longueur/temps × temps

D'autre part, une vitesse est une longueur parcourue dans un temps donné et est exprimée par une longueur divisée par l'unité de temps ; par exemple, km/h ou m/s.

vitesse = longueur/temps

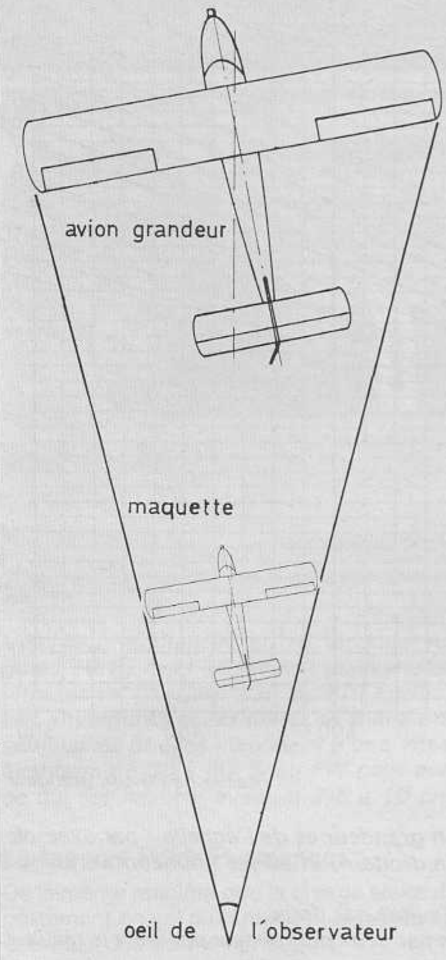
V étant divisé par $\sqrt{E}$ et L par E, cela nous indique que le temps doit être divisé par $\sqrt{E}$.
Tout se passe donc comme si il y avait une contraction du temps qui passerait ainsi plus vite.
Revenons à la définition de l'accélération pour constater que la fraction qui la définit est divisée au numérateur (longueur) et au dénominateur (temps × temps) par E, ce qui fait qu'elle ne change pas :

Facteur d'échelle des accélérations = 1

La maquette est donc soumise aux mêmes accélérations que l'avion grandeur.
Ce résultat est fort logique, car il ne serait pas normal que l'accélération soit identique quant à la pesanteur et différente quant au reste, voir l'encadré.
Une conséquence importante est que les maquettes, puisqu'elles sont plus légères, présentent moins d'inertie et ont des mouvements et des réactions plus vives, en l'air comme au sol : adieu donc pour le réalisme de vol, au moins pour ce point là, et même pour les bons pilotes.
Les cinéastes qui utilisent des maquettes pour simuler les vrais avions le savent bien : ils les filment en multipliant la vitesse de défilement du film par $\sqrt{E}$ ce qui a comme conséquence, à la projection, de ralentir les mouvements.
Ainsi l'avion tressaute moins vite sur les inégalités du sol, et il effectue des mouvements moins rapides à la suite des actions sur les gouvernes et sous les rafales de vent.

La vitesse ne doit pas être divisée par l'échelle

Imaginons l'œil d'un observateur, contemplant le mouvement d'un prototype et de son modèle au 1/5ᵉ, se déplaçant 5 fois plus près de l'observateur.
Les images des deux objets volants restent toujours confondues.



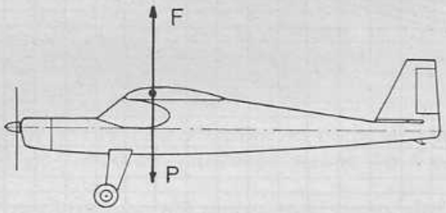
Appelons E le facteur de division, ici 5, le dessin n'étant pas à l'échelle, il a juste valeur d'exemple !
Les longueurs sont divisées par E.
Les vitesses sont divisées par E puisque le temps est le même, le modèle parcourant sa longueur dans le même temps que le prototype.
V = L/T donne 1 pour le rapport des temps. Les accélérations γ = V/T sont donc dans le rapport E.
Examinons ce qui se passe pour la force de sustentation,
ou force de portance :

$$F = \frac{1}{2}\,\rho\, SCz\, V^2$$

1/2 ρ Cz est invariable puisqu'il s'agit du même air et d'une réduction exacte du prototype. La surface de l'aile variant comme le carré des longueurs, F varie comme E×E×E×E soit E^4. La force de portance, donc le poids du modèle, doit être divisée par la puissance 4 de l'échelle. Dans ce système, les masses doivent donc varier suivant E^3 puisque :

Force = masse × accélération

et que les accélérations varient suivant E.
Examinons maintenant l'équilibre de l'avion en vol horizontal :



F varie suivant E^4, nous l'avons vu.
P varie suivant la masse, puisque g, accélération de la pesanteur est invariable, donc suivant E^3. Nous avons donc affaire ici à un système non homogène puisque F et P, qui doivent être égales ou opposées, varient suivant deux lois différentes, E^4 et E^3.

Cela suffit à détruire le mythe suivant lequel on doit diviser la vitesse par l'échelle.
De plus, si les 2 avions évoluent en descente verticale, ils sont soumis à la même accélération, celle de la pesanteur ; pourquoi le rapport des accélérations devrait-il varier suivant les figures ?

Et encore, si nous faisons un calcul sur les puissances, nous trouvons, sachant que

Puissance = force × vitesse

un rapport d'échelle de E^5.
Pour un avion de tourisme de 10 m d'envergure, 12 m² de surface, 200 cv, pesant 1 000 kg et volant à 200 km/h :

Envergure : 10/5 = 2 m
Surface alaire : 48 dm²
Poids : 1 000/625 = 1,6 kg
Charge alaire : 33 g/dm²
Vitesse = 200/5 = 40 km/h
Puissance = 200/3125 = 0,064 cv

On obtient là un modèle qui, même en doublant la puissance pour tenir compte du faible rendement de l'hélice et du nombre de Reynolds, serait équipé d'un 1,5 cm³.
Cela ne me paraît pas très représentatif du comportement d'un avion de tourisme ; effectivement, en divisant les accélérations par l'échelle, on obtient un modèle peu nerveux !

Enfin, faisons confiance à Burt Rutan, le génial concepteur des Vari-Viggen, Vari-Eze et Voyager :
Il étudie actuellement, pour le compte de l'USAF, la maquette volante d'un avion de transport de 23,38 m d'envergure, motorisé par 2 × 2 800 cv et pesant de 20 500 à 24 500 kg. D'après le raisonnement précédent, la maquette, faisant 14,48 m d'envergure, donc à l'échelle 1/1,614, devrait peser 3 315 kg (moyenne) et être motorisée par 2 × 256 cv. Or, la maquette pèsera 5 900 kg et aura 2 × 850 cv.

Les poids

Il n'est pas très facile d'expliquer quel est son facteur de réduction ; il faudrait d'ailleurs dire "masse" et non poids, car ce dernier est une force qui varie avec la pesanteur du lieu où l'on pèse la masse en question ; mais, comme la pesanteur ne change pas avec l'échelle, cela n'influe pas sur le résultat, tout au moins tant que nous restons sur notre bonne vieille planète

Considérons l'expression de la vitesse de vol d'un avion, en fonction de son poids P, de sa surface alaire S, et du coefficient de portance Cz auquel fonctionne son aile, K étant un coefficient dépendant des unités employées et de la masse volumique de l'air :

$$V = K\sqrt{\frac{P}{S \times Cz}}$$

Nous savons déjà que V et S varient en fonction de, respectivement $\sqrt{E}$, et E^2.
Nous savons aussi que Cz varie, à cause du nombre de Reynolds, mais, pour l'instant, nous le supposons invariable, voir le paragraphes "similitude complète" et "similitude restreinte".

Il saute donc aux yeux que P doit varier comme le cube de l'échelle (E×E×E = E^3) pour qu'il reste E sous la racine carrée.

Facteur d'échelle des poids : E^3

Donc, pour l'échelle 1/5, il faut diviser les poids par 5×5×5 = 125, ce qui donne :
Chasseurs : 2 000 à 5 000 kg/125 = 16/40 kg
Avion de tourisme : 1 000 kg/125 = 8 kg
Stampe : 750 kg/125 = 6 kg
Planeur : ASW 17 : 500 kg/125 = 4 kg

Nous savons bien qu'il nous sera impossible de respecter ces poids ; voyons cela en examinant :

La charge alaire

La charge alaire se calcule en divisant le poids par la surface alaire, deux grandeurs dont le facteur d'échelle est E^3 et E^2, ce qui nous donne : E^3/E^2 = E.

Facteur d'échelle de la charge alaire : E

Donc, pour l'échelle 1/5, il faut diviser la charge alaire par 5, ce qui donne :